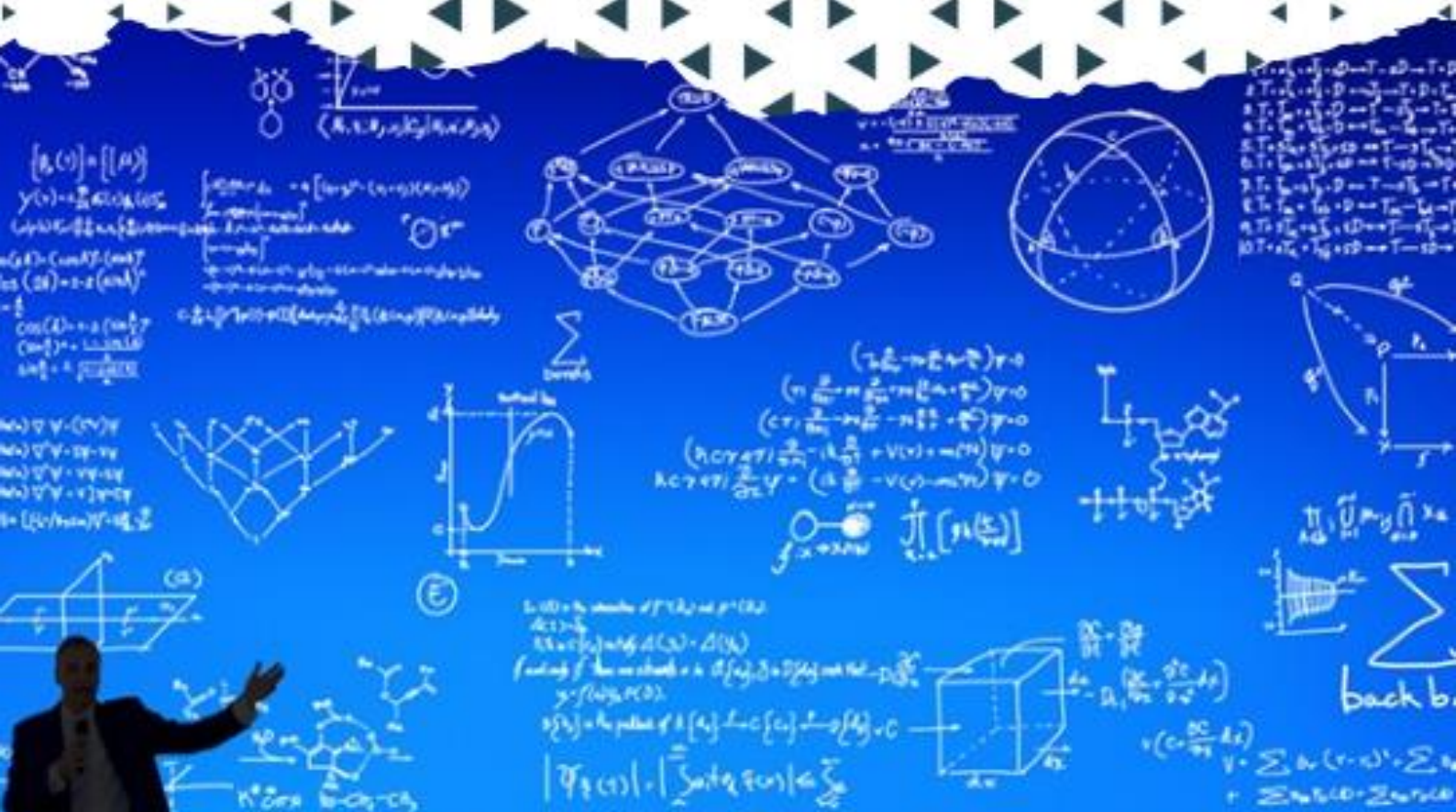




INNOVATIVE WORLD
Ilmiy tadqiqotlar markazi

ZAMONAVIY ILM-FAN VA TA'LIM: MUAMMO VA YECHIMLAR ILMIY-AMALIY KONFERENSIYA



Google Scholar doi

zenodo

OpenAIRE



+998335668868



<https://innoworld.net>

2025



**«INNOVATIVE WORLD» ILMIY TADQIQOTLARNI QO'LLAB-
QUVVATLASH MARKAZI**

**«ZAMONAVIY ILM-FAN VA TADQIQOTLAR: MUAMMO VA
YECHIMLAR» NOMLI 2025-YIL № 5-SONLI ILMIY, MASOFAVIY,
ONLAYN KONFERENSIYASI**

**ILMIY-ONLAYN KONFERENSIYA TO'PLAMI
СБОРНИК НАУЧНЫХ-ОНЛАЙН КОНФЕРЕНЦИЙ
SCIENTIFIC-ONLINE CONFERENCE COLLECTION**

Google Scholar



ResearchGate

zenodo



ADVANCED SCIENCE INDEX



Directory of Research Journals Indexing

www.innoworld.net

O'ZBEKISTON-2025



Volume 2 Issue 5 | 2025 |

+99894 5668868 | @Anvarbek_PhD

Page | 2

FIZIK MAYATNIKNING TEBRANISH JARAYONINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA TAHLIL QILISH

Abdullajonova Guljahon Azizjon qizi

Farg'ona davlat universiteti 3-kurs talabasi

muhammadsodiqovag@gmail.com

ANNOTATSIYA. Maqolada fizik mayatnikning tebranish jarayonini matematik modellash tirish masalasi yoritilgan. Aylanish dinamikasining asosiy qonunlari asosida harakat tenglamasi chiqarilgan va kichik tebranishlar holati uchun chiziqlashtirilgan model olingan. Olingan differensial tenglama analitik usulda yechilib, fizik mayatnikning tebranish davri va chastotasi aniqlangan. Natijalar tebranish jarayonining fizik mazmuni bilan bog'langan holda tahlil qilingan hamda modelning qo'llanish sohasi va cheklovlari muhokama qilingan.

Kalit so'zlar: Fizik mayatnik, matematik modellash tirish, tebranish jarayoni, differensial tenglama, inersiya momenti, garmonik tebranish.

ANNOTATION. The article discusses the issue of mathematical modeling of the oscillation process of a physical pendulum. Based on the basic laws of rotational dynamics, the equation of motion is derived and a linearized model is obtained for the case of small oscillations. The resulting differential equation is solved analytically, and the period and frequency of oscillation of the physical pendulum are determined. The results are analyzed in connection with the physical content of the oscillation process, and the scope and limitations of the model are discussed.

Keywords: Physical pendulum, mathematical modeling, oscillation process, differential equation, moment of inertia, harmonic oscillation.

Kirish. Mexanik tizimlarning tebranish jarayonlari tabiat va texnikada juda keng uchraydi. Soat mexanizmlari, seysmografik qurilmalar, sensorli tizimlar va hatto ayrim zamonaviy muhandislik konstruksiyalarining ishlash prinsipi tebranish hodisalari bilan bevosita bog'liq. Ushbu jarayonlarni to'g'ri tushunish va bashorat qilish uchun ularni faqat tajriba asosida emas, balki matematik ifodalar orqali ham tavsiflash zarur bo'ladi. Shu nuqtayi nazardan, fizik mayatnik mexanik tebranishlarni o'rganishda klassik va ayni paytda juda muhim modellardan biri hisoblanadi.

Fizik mayatnik oddiy matematik mayatnikdan farqli ravishda, massasi bir nuqtada jamlanmagan, balki butun jism bo'ylab taqsimlangan tizim sifatida qaraladi. Aynan mana shu xususiyat real mexanik jismlarning harakatini aniqroq ifodalash imkonini beradi. Biroq massaning taqsimlanganligi va aylanish o'qiga nisbatan inersiya momentining mavjudligi tebranish jarayonini tavsiflashni murakkablashtiradi. Ko'pincha kichik tebranishlar faraziga asoslangan soddalashtirilgan yondashuvlar qo'llaniladi, ammo bunday yondashuvlar har doim ham real fizik holatni yetarli aniqlikda ifodalay olmaydi.



Shu sababli fizik mayatnikning tebranish jarayonini matematik modellashtirish dolzarb masala bo'lib qoladi. Matematik model yordamida harakat tenglamalarini qat'iy shaklda yozish, tebranish davri va chastotasini aniqlash, shuningdek, tizim parametrlarining tebranish xarakteriga ta'sirini baholash mumkin bo'ladi. Bunday yondashuv nafaqat nazariy tushunchalarni chuqurlashtiradi, balki amaliy masalalarni yechishda ham ishonchli asos yaratadi.

Fizik mayatnik sifatida gorizontaal o'qqa mahkamlangan, og'irlik kuchi ta'sirida tebranadigan qattiq jism qaraladi. Jismning massasi m , aylanish o'qidan og'irlik markazigacha bo'lgan masofa l , aylanish o'qiga nisbatan inertsia momenti esa I bilan belgilanadi. Tebranish jarayoni jismning muvozanat holatidan $\varphi(t)$ burchakka og'ishi orqali tavsiflanadi. Bu burchak vaqtga bog'liq bo'lib, tebranishning asosiy dinamik o'zgaruvchisi hisoblanadi.

Jismga ta'sir etuvchi asosiy moment og'irlik kuchi tomonidan hosil qilinadi. Og'irlik kuchining aylanish o'qiga nisbatan momenti

$$M = -mgl \sin \varphi$$

ko'rinishida ifodalanadi. Manfiy ishora momentning muvozanat holatiga qaytaruvchi xususiyatga ega ekanligini bildiradi. Aylanish harakati uchun Nyuton-Eyler tenglamasiga ko'ra, kuch momenti inertsia momenti va burchak tezlanishining ko'paytmasiga teng bo'ladi:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi.$$

Natijada fizik mayatnikning tebranish jarayonini tavsiflovchi asosiy differensial tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I} \sin \varphi = 0.$$

Bu tenglama nochiziqli bo'lib, fizik mayatnik harakatining umumiy holatini ifodalaydi. Aynan nochiziqlilik tebranish jarayonining real xususiyatlarini aks ettiradi, biroq bunday tenglamani aniq analitik usullar bilan yechish har doim ham oson emas.

Amaliy masalalarda ko'pincha kichik tebranishlar holati qaraladi. Agar φ burchak kichik bo'lsa, $\sin \varphi \approx \varphi$ yaqinlashuvdan foydalanish mumkin. Bu faraz asosida yuqoridagi tenglama chiziqlashtiriladi va quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I} \varphi = 0.$$

Hosil bo'lgan tenglama garmonik tebranishlar tenglamasi bo'lib, fizik mayatnik kichik og'ishlarda oddiy garmonik tebranishlar bajarishini ko'rsatadi.

Shu tariqa, matematik model qurish jarayonida real mexanik tizimning fizik xususiyatlari hisobga olinadi va ular qat'iy matematik tenglama orqali ifodalanadi. Bu model keyingi bosqichda tebranishning aniq yechimini topish, davr va chastotani aniqlash hamda tizim parametrlarining ta'sirini tahlil qilish uchun mustahkam asos bo'lib xizmat qiladi.

Kichik tebranishlar holati uchun olingan chiziqlashtirilgan differensial tenglama

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I} \varphi = 0$$

klassik garmonik tebranishlar tenglamasi hisoblanadi. Bu tenglama ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama bo'lib, uning umumiy yechimi analitik ko'rinishda topiladi. Yechim trigonometrik funksiyalar orqali ifodalanadi va quyidagi ko'rinishga ega:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t + \delta),$$

bu yerda φ_0 — tebranish amplitudasi, δ — boshlang'ich faza, ω esa burchak chastotani bildiradi.

Burchak chastota fizik mayatnik parametrlariga bog'liq bo'lib,

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$$

formula orqali aniqlanadi. Ushbu ifoda fizik mayatnik tebranishlarining asosiy xususiyatini ochib beradi: tebranish chastotasi faqat og'irlik kuchi tezlanishi, jism massasining taqsimlanishi va aylanish o'qiga nisbatan geometrik joylashuv bilan belgilanadi. Ayniqsa inertsia momentining ishtiroki fizik mayatnikni matematik mayatnikdan tubdan farqlovchi omil hisoblanadi.

Tebranish davri T burchak chastota bilan bog'langan bo'lib,

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

ko'rinishida ifodalanadi. Natijada fizik mayatnikning tebranish davri uchun quyidagi formula hosil bo'ladi:

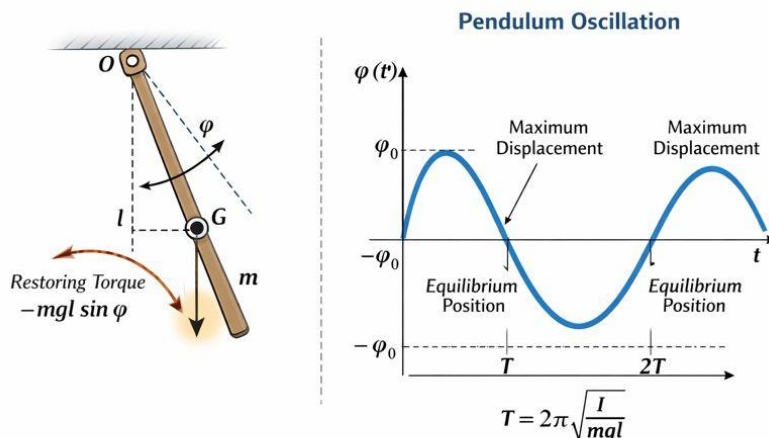
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

Bu natija fizik ma'noda shuni anglatadiki, agar jism massasi aylanish o'qidan uzoqroqda joylashgan bo'lsa va inertsia momenti katta bo'lsa, tebranish davri ham shuncha katta bo'ladi. Aksincha, massaning aylanish o'qiga yaqin joylashuvi tebranishni tezlashtiradi.

Olingan yechimga ko'ra, kichik og'ishlar holatida fizik mayatnik tebranishlari so'nmas, davriy va garmonik xarakterga ega bo'ladi. Burchak siljishi vaqt bo'yicha sinusoidal qonun asosida o'zgaradi va tizim muvozanat holati atrofida muntazam tebranadi. Ushbu matematik natija tajribaviy kuzatishlar bilan yaxshi mos keladi va modelning amaliy ahamiyatini tasdiqlaydi.

Shu bilan birga, ushbu yechim faqat $\sin \varphi \approx \varphi$ yaqinlashuvi o'rinli bo'lgan holatlar uchun amal qiladi. Burchak kattalashgani sari nochiziqli hadning ta'siri kuchayadi va tebranish davri amplitudaga bog'liq bo'lib qoladi. Bu holat matematik modelni yanada chuqurlashtirish va nochiziqli tenglamani tahlil qilish zaruratini ko'rsatadi, biroq kichik tebranishlar uchun olingan model mexanik tizimlarni tavsiflashda yetarlicha aniq natijalar beradi.

Fizik mayatnikning tebranish jarayonini matematik model orqali ifodalash bilan birga, uni grafik va sxematik ko'rinishda tasvirlash jarayon mohiyatini yanada aniqroq tushunishga yordam beradi. Vizual modellashtirish yordamida mayatnikning muvozanat holati, og'ish burchagi, og'irlik kuchi yo'nalishi hamda tebranish amplitudasi o'zaro bog'liqlikda ko'rsatiladi. Bu yondashuv matematik formulalarning fizik mazmunini ochib beruvchi muhim vosita hisoblanadi.



Sxematik rasmda qattiq jism aylanish o'qiga mahkamlangan holda tasvirlanadi. Og'irlik markazi aylanish o'qidan l masofada joylashgan bo'lib, jism muvozanat holatidan φ burchakka og'dirilgan. Og'irlik kuchi mg og'irlik markaziga ta'sir etadi va aylanish o'qiga nisbatan qaytaruvchi moment hosil qiladi. Ushbu moment mayatnikni muvozanat holatiga qaytarishga intiladi va aynan shu mexanizm tebranish jarayonining asosini tashkil etadi.

Grafik modellashtirishda esa burchak siljishi $\varphi(t)$ ning vaqtga bog'liqligi ko'rib chiqiladi. Kichik tebranishlar holatida $\varphi(t)$ sinusoidal qonun asosida o'zgaradi, ya'ni

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t + \delta).$$

Bu grafikda amplituda doimiy bo'lib, tebranishlar davriy va simmetrik xarakterga ega ekanligi yaqqol ko'rinadi. Maksimal og'ish nuqtalarida tezlik nolga teng bo'lsa, muvozanat holatida tezlik maksimal qiymatga ega bo'ladi. Ushbu xususiyatlar garmonik tebranishlarning fundamental belgilaridan biridir.

Vizual tasvirlar matematik modelning fizik jihatdan to'g'ri tanlanganini ko'rsatadi. Harakat tenglamasidan olingan natijalar grafikda kuzatiladigan real tebranish xususiyatlari bilan mos keladi. Shu tariqa grafik modellashtirish fizik mayatnik tebranish jarayonini nafaqat matematik, balki intuitiv jihatdan ham tushunishga imkon beradi va keyingi muhokamalar uchun mustahkam asos yaratadi.

Qurilgan matematik model fizik mayatnikning tebranish jarayonini soddalashtirilgan, ammo fizik mazmunni saqlagan holda tavsiflash imkonini

beradi. Harakat tenglamasining asosida aylanish dinamikasining fundamental qonunlari yotadi va bu tenglama orqali tebranishning asosiy xususiyatlari — davriylik, qaytaruvchi moment va muvozanat holatining barqarorligi izchil ravishda tushuntiriladi. Modelning asosiy ustun jihati shundaki, u jism massasining taqsimlanishini inertsia momenti orqali hisobga oladi va shu sababli real mexanik tizimlarga yaqinroq natijalar beradi.

Kichik tebranishlar faraziga asoslangan chiziqlashtirilgan model analitik yechim olish imkonini beradi va tebranish davrining aniq formulasini hosil qiladi. Ushbu natija fizik jihatdan mantiqan asoslangan bo'lib, og'irlik markazining joylashuvi va inertsia momentining kattaligi tebranish jarayoniga qanday ta'sir ko'rsatishini yaqqol namoyon etadi. Aynan shu jihat fizik mayatnik modelini mexanik tizimlarni tahlil qilishda qulay va samarali vositaga aylantiradi. Shu bilan birga, olingan formulalar tajribaviy kuzatishlar bilan yaxshi mos keladi, bu esa tanlangan yondashuvning ishonchliligini ko'rsatadi.

Biroq modelning qo'llanish sohasi ma'lum cheklavlarga ega. $\sin \varphi \approx \varphi$ yaqinlashuvi faqat kichik burchaklar uchun o'rinli bo'lib, katta og'ishlarda noxiziqli effektlar sezilarli darajada kuchayadi. Bunday holatda tebranish davri amplitudaga bog'liq bo'lib qoladi va garmonik tebranishlar haqidagi xulosalar o'z kuchini qisman yo'qotadi. Bu holat real mexanik tizimlarni yanada aniqroq tavsiflash uchun noxiziqli differensial tenglamalarni qo'llash zaruratini ko'rsatadi.

Shuningdek, modelda qarshilik kuchlari va energiya yo'qotishlari hisobga olinmagan. Amaliy sharoitlarda havo qarshiligi va tayanchdagi ishqalanish tebranishlarning so'nishiga olib keladi. Agar ushbu omillar modelga kiritilsa, harakat tenglamasi qo'shimcha hadlar bilan boyitiladi va tebranish jarayoni so'nuvchi xarakter kasb etadi. Bu esa modelni real tizimlarga yanada yaqinlashtiradi, biroq matematik tahlilni murakkablashtiradi.

Umuman olganda, fizik mayatnikning matematik modeli mexanik tebranishlarni tushuntirish va tahlil qilishda muhim nazariy asos yaratadi. Modelning soddaligi va aniqligi uni o'quv jarayonida ham, amaliy masalalarni tahlil qilishda ham samarali qo'llash imkonini beradi. Shu bilan birga, noxiziqlilik va energiya yo'qotishlarini hisobga oluvchi kengaytirilgan modellar tebranish jarayonlarini yanada chuqurroq o'rganish uchun istiqbolli yo'nalish sifatida qaraladi.

Xulosa. Fizik mayatnikning tebranish jarayonini matematik modellashtirish mexanik harakatlarni chuqur va izchil tushunish imkonini beradi. Qurilgan model aylanish dinamikasining asosiy qonunlariga tayangan holda jismning muvozanat holati atrofidagi harakatini aniq matematik tenglama orqali ifodalaydi. Og'irlik kuchi hosil qiladigan qaytaruvchi moment va inertsia momentining ta'siri hisobga olingani sababli, model real mexanik tizimlarning xususiyatlarini yetarlicha to'g'ri aks ettiradi.



Kichik tebranishlar holati uchun olingan chiziqlashtirilgan tenglama analitik yechimga ega bo'lib, fizik mayatnikning tebranish davri va chastotasini aniq ifodalovchi formulalarni chiqarish imkonini berdi. Ushbu natijalar tebranish jarayonining davriy va garmonik xarakterga egaligini ko'rsatadi hamda tebranish davrining jism massasining taqsimlanishiga bevosita bog'liqligini asoslaydi. Matematik ifodalar orqali olingan xulosalar fizik mazmun bilan uyg'un holda talqin qilinadi.

Shu bilan birga, modelning qo'llanish sohasi kichik og'ishlar bilan cheklangan bo'lib, katta burchaklarda nochiziqli effektlar muhim ahamiyat kasb etadi. Bu holat matematik modelni yanada takomillashtirish va energiya yo'qotishlari hamda qarshilik kuchlarini hisobga oluvchi kengaytirilgan tenglamalarni qo'llash zaruratini ko'rsatadi. Umuman olganda, fizik mayatnikning matematik modeli mexanik tebranishlarni tavsiflashda samarali va ishonchli nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Механика**. — Москва: Наука, 1988. — 224 с.
2. Голдстейн Г., Пул Ч., Сафко Дж. **Классическая механика**. — Москва: Физматлит, 2015. — 864 с.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. **Уравнения математической физики**. — Москва: Наука, 1977. — 736 с.
4. Marion J. B., Thornton S. T. **Classical Dynamics of Particles and Systems**. — Belmont: Brooks/Cole, 2004. — 576 p.
5. Symon K. R. **Mechanics**. — Reading: Addison-Wesley, 1971. — 510 p.