INNOVATIVE WORLD
Ilmiy tadqiqotlar markazi

YANGI RENESSANS
ILMIY JURNALI

2026/4

+998335668868
www.innoworld.net

Google Scholar doi zenodo OpenAIRE

YANGI RENESSANS

ILMIY JURNALI
TO'PLAMI

3 - JILD, 4 - SON
2026

www.innoworld.net

O'ZBEKISTON-2026

NUQTADAN TEKISLIKKACHA BO'LGAN MASOFA

XAKNAZAROVA XURSHIDABONU KENJAYEVNA
JAMOLOVA DILSHODA VALIJON QIZI
SAMARQAND DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI
Samarqand, O'zbekiston

Annotatsiya. Mazkur maqolada fazoviy analitik geometriyaning muhim tushunchalaridan biri — nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa masalasi yoritilgan. Tekislikning umumiy tenglamasi asosida masofani aniqlash formulasi keltirib chiqariladi va uning geometrik mazmuni tushuntiriladi. Shuningdek, masofa formulasining normal vektor bilan bog'liqligi asoslab beriladi hamda amaliy misollar yordamida hisoblash tartibi ko'rsatib o'tiladi. Ushbu mavzu fazoda geometrik obyektlar orasidagi munosabatlarni aniqlashda, muhandislik va texnik hisob-kitoblarda muhim ahamiyat kasb etadi.

Kalit so'zlar. Analitik geometriya, fazo geometriyasi, tekislik tenglamasi, normal vektor, perpendikulyar, masofa formulasi, koordinatalar usuli, uch o'lchovli fazo, vektor analiz, geometrik modellashtirish.

Mavzuning dolzarbligi. Fazoviy geometriya matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, uch o'lchovli fazodagi geometrik shakllar va ularning o'zaro joylashuvini o'rganadi. Ayniqsa, analitik geometriya yordamida geometrik obyektlarning algebraik ifodalar orqali tasvirlanishi masalalarni aniq va qulay usulda yechish imkonini beradi.

Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlash masalasi fazoda obyektlarning o'zaro joylashuvini baholashda muhim ahamiyatga ega. Bu tushuncha nafaqat nazariy matematika, balki fizika, arxitektura, muhandislik grafikasi va kompyuter modellashtirish kabi sohalarda ham keng qo'llaniladi.

Mazkur ishda tekislikning umumiy tenglamasi asosida nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani topish formulasi keltirib chiqariladi, uning geometrik mazmuni yoritiladi hamda amaliy misollar orqali tushuntiriladi.

Nuqtadan tekislikkacha masofa — bu matematika va geometriyadagi muhim tushuncha bo'lib, u faqat nazariyada emas, balki real hayotda ham juda ko'p ishlatiladi. Aslida bu masofa eng qisqa yo'lni bildiradi (ya'ni tekislikka tushirilgan perpendikulyar).

Binolar qurishda devor, pol yoki tom tekisligi bilan ma'lum nuqta orasidagi masofa aniqlanadi.

Masalan:

1. Qurilish va arxitektura:

Shiftga o'rnatiladigan chiroqning balandligi devor bilan ustun orasidagi eng qisqa masofa Bu hisob-kitoblar xavfsizlik va aniqlik uchun juda muhim.

2. Navigatsiya va aviatsiya: Samolyot yoki dronning joylashuvi fazoda nuqta sifatida olinadi, yer esa tekislik sifatida qaraladi. Samolyotning yerga nisbatan balandligi Uchish va qo'nish paytida xavfsiz masofa hisoblanadi.

3. Kompyuter grafikasi va o‘yinlar: 3D o‘yinlar va animatsiyalarda: Ob’ekt (nuqta) va sirt (tekislik) orasidagi masofa aniqlanadi To‘qnashuv (collision) tekshiriladi Masalan, qahramon devorga qanchalik yaqinligini aniqlash.

4.Fizika va mexanika: Jismlarning joylashuvi va harakati: Kuchlar ta’sirini aniqlash Sirtga yaqinlikni hisoblash. Masalan, detalning platformaga qanchalik yaqin joylashganini aniqlash.

5. Geodeziya va xaritalash: Yer yuzasida: Balandliklarni o‘lchash Nuqtaning yer tekisligiga nisbatan masofasi Masalan, tog‘ balandligini aniqlashda ishlatiladi.

6. Robototexnika: Robotlar harakatida: To‘siqlardan qochish Yuzaga yaqinlikni aniqlash Masalan, robot polga qanchalik yaqinligini biladi.

Tekislikning umumiy tenglamasi: Faraz qilaylik, fazoda bir tekislik berilgan bo‘lsin. Uning ustida yotuvchi ixtiyoriy bir nuqta $M(x, y, z)$va tekislikka tegishli ma’lum bir nuqta $M_0(x_0, y_0, z_0)$berilgan bo‘lsin.

Shuningdek, tekislikka **perpendikulyar** bo‘lgan normal vektor mavjud bo‘lsin:

$\vec{n} = (A, B, C)$

Tekislikning asosiy xossasi shuki: tekislikdagi har qanday nuqtadan olingan yo‘nalish vektori normal vektorga perpendikulyar bo‘ladi.

Vektor tenglama tuzish

Tekislikdagi ikki nuqta orasidagi vektor:

$\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0,\ y - y_0,\ z - z_0)$

Bu vektor tekislik ichida yotadi.

Tekislik ichidagi har qanday vektor normal vektorga perpendikulyar bo‘lgani uchun ularning skalyar ko‘paytmasi nolga teng:

$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$

Skalyar ko‘paytmani ochamiz

$(A, B, C) \cdot (x - x_0, y - y_0, z - z_0) = 0$

$\boldsymbol{A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0}$

Bu — tekislikning **kanonik (nuqta-normal) tenglamasi**.

Umumiy ko‘rinishga keltiramiz

Qavslarni ochamiz:

$Ax - Ax_0 + By - By_0 + Cz - Cz_0 = 0$

Tartiblaymiz:

$Ax + By + Cz - (Ax_0 + By_0 + Cz_0) = 0$

Belgilaymiz:

$D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$

Natijada tekislikning **umumiy tenglamasi** hosil bo‘ladi:

$\boldsymbol{Ax + By + Cz + D = 0}$

Ta’rif. Berilgan nuqtadan berilgan tekislikkacha bo’lgan masofa deb shu nuqtadan tekislikkacha tushurilgan perpendikulyar to’g’ri chiziqning tekislikka tushirilgan perpendikulyar to'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishgan nuqtasi orasidagi masofaga aytiladi

Nuqtadan tekislikkacha **eng qisqa masofa** — bu tekislikka tushirilgan **perpendikulyar** uzunligi.

Perpendikulyar yo'nalishi tekislikning **normal vektori** yo'nalishiga teng.

Demak, masofa — bu vektorning normalga proyeksiyasi uzunligi. Tekislikda yotuvchi ixtiyoriy $P(x_1, y_1, z_1)$nuqtani olaylik.

Tekislik shartini qanoatlantiradi , fazoda tekislikning umumiy tenglamasi:

$$Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D = 0$$

1-qadam: vektor tuzamiz

$$\overrightarrow{MP} = (x_0 - x_1, y_0 - y_1, z_0 - z_1)$$

2-qadam: normal vektor

$$\vec{n} = (A, B, C)$$

3-qadam: proyeksiya formulasi

Masofa — bu $\overrightarrow{MP}$ning $\vec{n}$ga tushirilgan proyeksiyasi modulidir:

$$\boldsymbol{d} = \frac{|\,\overrightarrow{\boldsymbol{MP}} \cdot \vec{\boldsymbol{n}}\,|}{|\,\vec{\boldsymbol{n}}\,|}$$

4-qadam: skalyar ko'paytma hisoblaymiz

$$\overrightarrow{MP} \cdot \vec{n} = A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1)$$

Yoyamiz:

$$= Ax_0 + By_0 + Cz_0 - (Ax_1 + By_1 + Cz_1)$$

Lekin tekislik tenglamasidan:

$$Ax_1 + By_1 + Cz_1 = -D$$

Shuning uchun:

$$\overrightarrow{MP} \cdot \vec{n} = Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D$$

Yakuniy formula

$$\boxed{d = \frac{|\,Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\,|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}}$$

Ikki o'lchamli hol (tekislikdagi to'g'ri chiziq)

Agar chiziq:

$$Ax + By + C = 0$$

Nuqta: (x_0, y_0)

Masofa:

$$\boxed{d = \frac{|\,Ax_0 + By_0 + C\,|}{\sqrt{A^2 + B^2}}}$$

Bu ham xuddi shu usul bilan keltirib chiqariladi.

Nega modul olinadi?

Chunki:
$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D$
musbat yoki manfiy bo'lishi mumkin (nuqta tekislikning qaysi tomonida joylashganiga qarab).
Masofa esa **doimo musbat** son.
1-masala
Fazoda $M(1,2,3)$nuqta berilgan.
$x + y + z - 6 = 0$
tekislikdan nuqtaning masofasini toping.
Yechish
Formula:
$$d = \frac{|\, Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\, |}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$
Hisoblaymiz:
$$d = \frac{|\, 1 + 2 + 3 - 6\, |}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}}$$
$$d = \frac{0}{\sqrt{3}} = 0$$
Javob
$d = 0$
Nuqta tekislik ustida joylashgan.
2-masala
$M(2, -1,4)$nuqtaning
$2x + y + 2z - 5 = 0$
tekislikkacha masofasini toping.
Yechish
$$d = \frac{|\, 2 \cdot 2 + (-1) + 2 \cdot 4 - 5\, |}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}}$$
$$d = \frac{|\, 4 - 1 + 8 - 5\, |}{\sqrt{9}}$$
$$d = \frac{6}{3}$$

Javob
$d = 2$
3-masala

$M(3,1,-2)$nuqtaning

$x-2y+2z+4=0$

tekislikkacha masofasini toping.

Yechish

$$d=\frac{|3-2\cdot 1+2(-2)+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}$$

$$d=\frac{|3-2-4+4|}{\sqrt{9}}$$

$$d=\frac{1}{3}$$

Javob

$$d=\frac{1}{3}$$

4-masala

$M(-1,2,1)$nuqtaning

$3x+4y+z-2=0$

tekislikkacha masofasini toping.

Yechish

$$d=\frac{|3(-1)+4\cdot 2+1-2|}{\sqrt{3^2+4^2+1^2}}$$

$$d=\frac{|-3+8+1-2|}{\sqrt{26}}$$

$$d=\frac{4}{\sqrt{26}}$$

Javob

$$d=\frac{4}{\sqrt{26}}$$

5-masala

$M(0,2,5)$nuqtaning

$x-2y+2z-1=0$

tekislikkacha masofasini toping.

Yechish

$$d = \frac{|\,0 - 4 + 10 - 1\,|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}}$$

$$d = \frac{5}{3}$$

Javob

$$d = \frac{5}{3}$$

Xulosa. Bu maqolada nuqtadan tekislikkacha bo‘lgan masofa tushunchasi har tomonlama ko‘rib chiqildi. Xususan, tekislikning umumiy tenglamasi asosida masofani aniqlash formulasi keltirib chiqarildi hamda uning geometrik mazmuni yoritildi. Normal vektor orqali masofani aniqlash usuli tushuntirilib, amaliy misollar yordamida mavzu mustahkamlandi.

Ko‘rib chiqilgan nazariy va amaliy jihatlar shuni ko‘rsatadiki, nuqtadan tekislikkacha bo‘lgan masofa fazodagi obyektlarning o‘zaro joylashuvini aniqlashda muhim ahamiyatga ega. Ushbu tushuncha muhandislik, arxitektura, fizika va kompyuter texnologiyalari kabi ko‘plab sohalarda keng qo‘llaniladi. Xulosa qilib aytganda, mazkur mavzuni o‘rganish analitik geometriyaning asosiy g‘oyalarini chuqurroq anglashga hamda ularni amaliy masalalarda qo‘llash ko‘nikmalarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

1-misol (umumiy tenglama asosida)

Shart:

$M(2, -1, 3)$ nuqtadan

$2x - y + 2z - 5 = 0$tekislikkacha masofani toping.

Yechim:

Masofa formulasi:

$$d = \frac{|\,Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\,|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Bu yerda:

$A = 2, B = -1, C = 2, D = -5$

$$d = \frac{|\,2 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) + 2 \cdot 3 - 5\,|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}}$$

$$d = \frac{|\,4 + 1 + 6 - 5\,|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{6}{3} = 2$$

Javob: $d = 2$

2-misol (normal vektor orqali tushuncha)

Shart:

$N(1,2,-1)$nuqtadan

$x + 2y + 2z - 4 = 0$tekislikkacha masofani toping.

Yechim:

Tekislikning normal vektori:

$\vec{n} = (1,2,2)$

Masofa — bu nuqtadan tekislikka tushirilgan perpendikulyar uzunligi (ya'ni normal vektor yo'nalishida).

$$d = \frac{|\,1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 4\,|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}}$$

$$d = \frac{|\,1 + 4 - 2 - 4\,|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{1}{3}$$

Javob: $d = \frac{1}{3}$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdurahmonov Z. **Oliy matematika (Analitik geometriya)**. – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2015.
2. Mirzayev B. **Analitik geometriya va vektorlar algebrasi**. – Toshkent: Fan, 2012.
3. Ne'matovich V. A., G'ayrat o'g'li O. U. Talabalarga perspektiv tasvir qurishni o'rgatishda interaktiv metodlarning o'rni. – 2022.
4. Tojimamatov I. N., qizi Omonjonova M. K. Ajratuvchi giper tekisliklar va ularning mashinali o'qitish algoritmlarida qo'llanilishi //Ustozlar uchun. – 2025. – T. 85. – №. 1. – С. 96-104.
5. Xabibxon o'g'li V. A., Xaytmirzaevna M. D. Vektor usullari yordamida fazoviy geometriya masalalarini yechish //Ta'lim innovatsiyasi va integratsiyasi. – 2025. – T. 56. – №. 2. – С. 174-179.
6. Xaknazarova X. Qishloq Xo 'jaligi Yerlarini Geometrik Modellashtirishni Amalga Oshirishning Amaliy Yondashuvi //Green Economy and Development. – T. 3. – №. 2. – С. 666111.
7. Rahmatov B. et al. Magnetic field by current loop in the Janis-Newman-Winicour spacetime //Nuclear Physics B. – 2026. – С. 117344.
8. Khaknazarova K. Applications OF Hyperbolic Geometry in Physics AND Biology //Green Economy and Development. – 2025. – T. 3. – №. 5. – С. 665734.
9. Xaknazarova X. Qishloq Xo 'jaligi Yerlarini Geometrik Modellashtirishni Amalga Oshirishning Amaliy Yondashuvi //Green Economy and Development. – T. 3. – №. 2. – С. 666111.