INNOVATIVE WORLD

YANGI RENESSANS

RESPUBLIKA ILMIY JURNALI

2024

+998945668868

www.innoworld.net

Google Scholar doi zenodo OpenAIRE

ELLIPS VA UNING TENGLAMALARINI AMALIYOTGA TADBIQI

Hakimov Saibdjan- f-m.f.n., dotsent;
Nasirov Ilxam Zakirovich- t.f.n,. professor,
Andijon mashinasozlik instituti

Texnika oliy o'quv yurtlari ixtisosliklarida kasbga yo'naltirishni amalga oshirishni rivojlantirish ta'lim sohasida amalga oshirilayotgan islohatlar mazmuniga hamda mazkur muammo bo'yicha respublikamiz va xorijiy pedagog tadqiqotchilarning ilmiy-nazariy g'oyalariga suyangan holda amalga oshiriladi. Oliy ta'lim matematika kursida o'rganiladigan materiallarni kasbga yo'naltirish bo'yicha tahlil qilinib, ixtisosligi uchun muxim bo'lgan fanlar mavzu va bo'limlari aniqlanadi hamda turli tipdagi matematik modellar qo'llanadi. Matematika fani tushunchalari, atamalari va ularni talqini o'rtasidagi moslik o'rnatiladi. Muhandislikda foydalanish mumkin bo'lgan, turli tipdagi matematik modellarning asosiylari aniqlanadi. Tushunchalar va ularning talqini o'rtasida muvofiqlik o'rnatiladi.

Chiziqli algebra va analitik geometriya elementlari kursi o'tilganda tabiatdagi barcha jismlarning shakllarini shamol va quyosh nuriga ta'sirini topishda, shaharsozlik va arxitektura inshootlarini qurishda, aloqa antennalarini qulay va effektiv joylashishini tekshirishda giprboloid, ellipsoid va paraboloidlar tadbiqini ko'rsatish mumkin.

Avtomobilsozlikda mashina ehtiyot qismlsrini mustahkamligini aniqlashda, jismlarning hajmlarini topishda, temir beton anqurilmalarining og'irlik markazlarini topishda, magnit to'lqinini tarqalishini aniqlashda chiziqli chiziq tenglamalardan foydalanish, astronomiyada Kassegren teleskoplari va antennalari tuzilishini hal etishda, tashqi kuch ta'sir etuvchi fizik qonunlarining formulalarini tadbiq etishni o'rgatish mumkin.

Amaliy mashg'ulotlar va uyda masalalar yechish aniq berilgan misollar yordamida nazariy materialni yaxshiroq o'zlashtirish va tushunishga, talaba tomonidan nazariyani amaliyotga qo'llay olish ko'nikma va malakalarini shakllantirishga qaratilgan.

Matematik ta'lim tizimining bunday tashkil etilishi odatiy bo'lib, biz uni hech qanday qarshiliksiz qabul qilamiz. Aslida ta' lim jarayoni talabalar aqliy faoliyatiga suyanuvchi bir qancha qismlardan tashkil topgan kompleksdan iborat.

Yulduzli osmonni kuzatgan tadqiqotchilar orasida eng buyuklaridan biri, Ulug'bekdan so'ng ikkinchi bo'lgan Tixo Brage erishgan natijalar va hisoblashlardagi aniqliklar yana shubhalar manbai bo'lib qoldi. Endigi shubha sayyoralarning Quyosh atrofidagi harakat orbitalari (traektoriyasi) aylanadan iborat ekaniga bildirilar edi [1].

Haqiqatan, Tuxo Bragening shogirdi va yordamchisi, nemis astronomi Iogani Kepler ustozi tomonidan olingan ma'lumotlar asosida Marsning harakatini o'rgandi va bu sayyoraning traektoriyasi ellips ekanligini aniqladi [2].

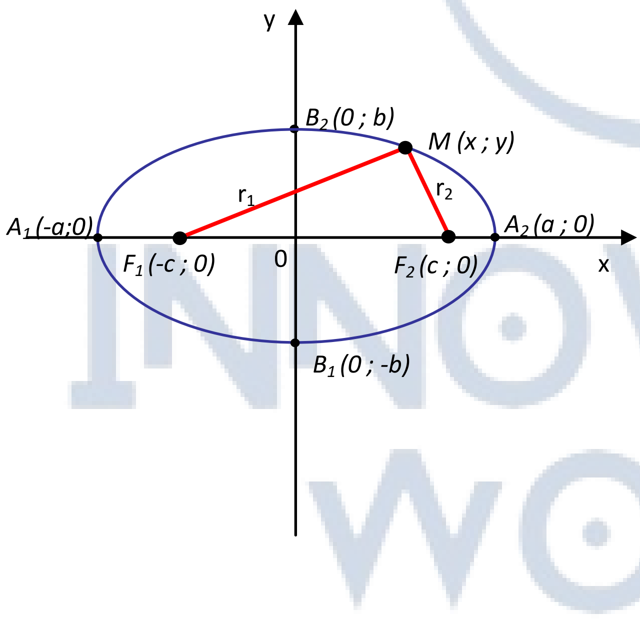
Matematika fanidan chiziq tushunchasi, ikkinchi tartibli egri chiziqlardan kelib chiqadigan chiziq tenglamalari to'g'risicagi tushinchalar, ular orasida bog'lanish tenglamalari to'g'risida tushuncha, fanlararo bog'liqlici ahamiyati ko'rib boriladi.

Oxy koordinatalar sistemasida x, y o'zgaruvchilarnngi ikkinchi darajali tenglamasi bilan aniqlanuvchi chiziq tekislikda ikkinchi tartibli chiziq deyiladi.

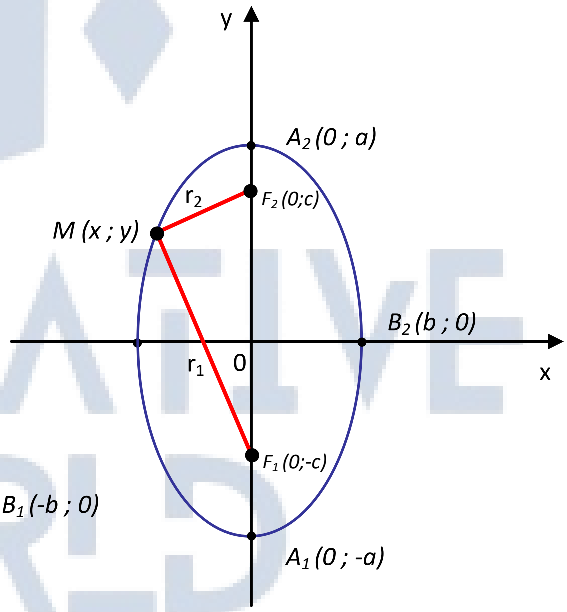
Tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlarga aylana, ellips, giperbola va parabola kiradi. Shulardan ellipsni nazariy va amaliy tomonidan mazmun mohiyatini ko'rib chiqamiz.

Ellips, bu qanday chiziq? U haqida tasavvurga ega bo'lish uchun, bir bo'lak ip uchlarini bir varoq qog'ozning ikki nuqtasiga mahkamlanadi va bu ipni qalam uchi bilan tarang tortiladi (1 – rasm) [3].

Qalamni shu tarang holatda harakatlantirilsa, uning uchi qog'ozda chizadigan egri chiziq ellips bo'ladi.



1- rasm.



2- rasm.

<u>Boshqacha aytganda, ellips</u> – bu barcha, shunday M nuqtalardan iborat bo'lgan yassi figuraki, bunda M dan fokuslar deb ataluvchi F_1 va F_2 nuqtalargacha bo'lgan masofalar yig'indisi o'zgarmas songa teng (bu kattalik $(2a)$, fokuslar orasidagi masofa $(2c)$ dan katta bo'lishi shart): $|MF_1|+|MF_2|=const=2a$ (1.1)

Ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan foydalanib, $MF_1=\sqrt{(x+c)^2+y^2}$ va $MF_2=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$ ni hosil qilamiz, demak, $\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a$ (1.2). Bu tenglamani soddalashtirgandan keyin: $(a^2-c^2)x^2+a^2y^2=a^2(a^2-c^2)$ (1.3)

Ellipsning ta'rifiga ko'ra $2a>2c$ bo'lgani uchun a^2-c^2 son musbat [4]:

$a^2-c^2=b^2$ (1.4) belgilash kiritamiz. U holda (2.3) tenglama $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ yoki $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (1.5) ko'rinishni oladi.

(2.5) tenglama fokuslari Ox o'qda yotgan ellipsning kanonik (sodda) tenglamasi deyiladi. (1-chizma) (1.5) tenglama bilan berilgan ellips koordinata o'qlariga nisbatan simmetrikdir.

Ellipsning simmetriya o'qlarini ellips o'qlari deb, ularning kesishgan nuqtasini ellips markazi deb ataymiz. Ellips fokuslari joylashgan o'q fokal o'q deyiladi.

Koordinatalar boshi uning simmetriya markazi deyiladi.

$F_1(-c;0)$ va $F_2(c;0)$ nuqtalar ellipsning fokuslari deyiladi. $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$ nuqtalar ellipsning koordinata o'qlari bilan kesishgan nuqtalari. Bu nuqtalar odatda ellipsning uchlari deyiladi. $AA_1=2a$ kesma ellipsning katta o'qi, $BB_1=2b$ kesma esa, ellipsning kichik o'qi deyiladi. a va b lar ellipsning yarim o'qlaridir.

Agar ellipsning fokuslari Oy o'qda yotsa (2-chizma), uning tenglamasi $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ $(a>b)$ (1.6) ko'rinishda bo'ladi.

Ellipsga doir hamma masalalarda ellipsning simmetriya o'qlari koordinata o'qlari bilan ustma – ust tushadi deb faraz qilinadi.

Ellipsning ekssentrisiteti deb, fokuslar orasidagi $(2c)$ masofaning katta o'qi $(2a)$ nisbatiga aytiladi, ya'ni $\varepsilon=\frac{2c}{2a}=\frac{c}{a}$ (2.1) yoki $\varepsilon=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a}}=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}$ (2.2).

$c<a$ bo'lgani uchun ellips ekssentrisiteti birdan kichik: $\varepsilon<1$. Ekssentrisitet ellipsning shaklini xarakterlaydi. Haqiqatan, (1.4) formuladan $\left(\frac{b}{a}\right)^2=1-\left(\frac{c}{a}\right)^2=1-\varepsilon$ kelib chiqadi. Bundan quyidagi xulosa kelib chiqadi: ellipsning ekssentrisiteti qanchalik kichik bo'lsa, uning kichik yarim o'qi b katta yarim o'qi a dan shuncha kam farq qiladi, ya'ni ellips fokal o'q bo'ylab shuncha kam tortilgan bo'ladi [5].

(2.2) formuladan ko'rinadiki, b orta borsa ε kichiklasha boradi va aksincha, b kamaya borsa ε kattalasha boradi. b ning limiti nolga intilsa $\varepsilon=1$ bo'lib, ellips ikkilangan kesmaga aylanadi.

Katta va kichik o'qlari teng bo'lgan ellips aylanadir, ya'ni b=a limit holda a radiusli aylana hosil bo'ladi: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ yoki $x^2+y^2=a^2$ (2.3). Bunda $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{a^2-a^2}=0$ va ellips fokuslari go'yo bitta nuqtada – aylana markazida birlashib ketadi. Aylana essentrisiteti nolga teng: $\varepsilon=\frac{0}{a}=0$.

Ellips va aylana orasidagi bog'lanishni boshqa nuqtai nazardan ham o'ranish mumkin. Yarim o'qlari a va b bo'lgan ellipsni a radiusli aylananing proeksiyasi deb qarash mumkin.

Ellipsning fokuslaridan ixtiyoriy M(x;y) nuqtasigacha bo'lgan masofalar, M(x;y) nuqtaning fokal–radiuslari deyiladi va $r_1=a+\varepsilon x$, $r_2=a+\varepsilon x$ (2.4) formulalar bilan aniqlanadi (4–rasm). Ellipsning ta'rifiga ko'ra: $r_1+r_2=2a$ (2.5)

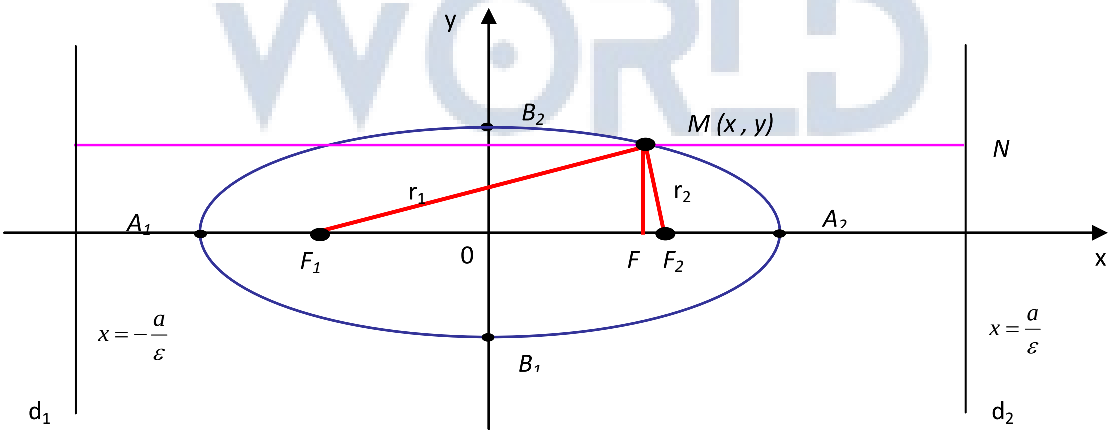
Demak, ellipsning har qanday nuqtasi fokal radiuslarining yig'indisi uning katta o'qiga teng.

Ellipsning direktrisalari deb ushbu $x=\frac{a}{\varepsilon}$ va $x=-\frac{a}{\varepsilon}$ (2.6) tenglamalar bilan aniqlanadigan ikki to'g'ri chiziqqa aytiladi.

Ellipsning direktrisalari y o'iga parallel va ellips markazidan $\pm\frac{a}{\varepsilon}$ uzoqlikda turgan to'g'ri chiziqlardir. $\varepsilon<1$ bo'lganligi uchun $\frac{a}{\varepsilon}>a$; demak, direktrisalar ellipsdan tashqarida joylashadi. (3-chizma). $|d_1d_2|-$ direktrisalar orasidagi masofa.

Markazning bir tomonida joylashgan direktrisa va fokus bir – biriga mos direktrisa va fokus deb ataladi.

Ellipsning nuqtalari bir– biriga mos fokus va direktrisaga nisbatan ushbu xossaga ega: ellipsning har bir nuqtasidan fokusgacha olingan masofaning o'sha nuqtadan mos direktrisagacha bo'lgan masofaga nisbatan ellipsning ekssentrisitetiga baravar [6].



3- rasm.

d_1 va d_2 direktrisalarning tenglamalari:

$$x=-\frac{a}{\varepsilon} \text{ va } x=\frac{a}{\varepsilon} \quad (2.6) \qquad \text{yoki} \qquad x=\frac{-a^2}{c} \text{ va } x=\frac{a^2}{c} \quad (2.7)$$

Ellipsning ixtiyoriy M (x;y) nuqtasidan fokusgacha bo'lgan (r_1 yoki r_2) masofasining shu M (x;y) nuqtadan direktrisagacha (d_1 yoki d_2) bo'lgan masofaga nisbati ellipsning ekssentrisitetiga teng, ya'ni:

$$\frac{r_1}{d_1}=\varepsilon \quad \text{yoki} \quad \frac{r_2}{d_2}=\varepsilon \qquad (2.8)$$

Ellipsning o'qlri koordinata o'qlariga parallel bo'lib, simetriya markazi biror (x_0, y_0) nuqtda bo'lganda, uning tenglamasi [7]

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1 \qquad (2.9)$$ ko'rinishda bo'ladi.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning $M_1(x_1 ; y_1)$ nuqtasiga urinma bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi: $$\frac{x\cdot x_1}{a^2}+\frac{y\cdot y_1}{b^2}=1 \qquad (2.10).$$

Katta yarim o'qi $a=6$ va $\varepsilon=0{,}5$ bo'lgan, ellipsning kanonik tenglamasini toping.

Y e c h i s h. $\varepsilon=\frac{c}{a}=0{,}5$. Demak, fokuslar orasidagi masofaning yarmi $c=a\cdot\varepsilon=6\cdot 0{,}5=3$. Ellips kichik yarim o'qi $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{36-9}=\sqrt{27}$.

Javob: Ellipsning kanonik tenglamasi: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$.

Ellipsning ekssentrisitetini toping: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$

Y e c h i s h. Ellipsning tenglamasidan: $a^2=36$; $b^2=16$.

(1.4) formuladan: $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{36-16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ ni topamiz.

Ekssentrisitetni (2.2) formulaga ko'ra topamiz: $\varepsilon=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{16}{36}}=\frac{\sqrt{20}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Yoki (2.1) formulaga ko'ra: $\varepsilon=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

M_1 (4 ; -2) nuqta orqali o'tuvchi, kichik yarim o'qi b=4 bo'lgan ellipsning ekssentrisitetini toping.

Y e c h i s h. $b=4$ da ellipsning kanonik tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{16}=1.$$

$M_1(4;-2)$ nuqtaning koordinatalari bu tenglamani qanoatlantiradi.

Demak, $\frac{4^2}{a^2}+\frac{(-2)^2}{16}=1$. Bunda $a^2=\frac{64}{3}$ va $b^2=16$ Ekssentrisitetini (2.2) formula yordamida topmiz: $\varepsilon=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{16\cdot 3}{64}}=\sqrt{1-\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}$.

Ellipsning katta o'qi 12 ga teng, $x=\pm 9$ to'g'ri chiziqlar esa uning direktrisalari bo'lsin. Ellipsning kanonik tenglamasini va ekssentrisitetini toping [8,9].

Y e c h i s h: Ellipsning kanonik tenglamasini topish uchun a va b yarim o'qlarni bilish kerak. Shart bo'yicha $2a=12\Rightarrow a=6$.

b yarim o'qni (2.7) formuladan foydalanib, quyidagicha topamiz:

$x=\frac{a^2}{c}\Rightarrow c=\frac{a^2}{x}=\frac{36}{9}=4$, $b^2=a^2-c^2=36-16=20$. Ellips tenglamasi: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$.

Ellips ekssentrisiteti: $\varepsilon=\frac{c}{a}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

Ellipsning kichik o'qi 8 ga, ekssentrisiteti $\varepsilon=0,6$ ga teng bo'lsa ellipsning kanonik tenglamasini va direktrisa tenglamasini yozing.

Y e c h i s h: Shartga ko'ra $2b=8\Rightarrow b=4$. Ekssentrisitetni (2.2) formulasiga asosan: $\varepsilon=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}\Leftrightarrow\sqrt{1-\frac{16}{a^2}}=0,6$. Bundan $a^2=25$.

Ellips tenglamasi, $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ ko'rinishda bo'ladi.

$$c^2=a^2-b^2\Leftrightarrow c=\sqrt{25-16}=3$$

(3.7) formuladan foydalanib direktrisa tenglamasini topamiz:

$$x=\pm\frac{a^2}{c}\Leftrightarrow x=\pm\frac{25}{3}$$

Katta o'qi 16 ga, direktrisalar orasidagi masofa 20 ga teng bo'lsa, ellipsning kanonik tenglamasini va ekssentrisitetini toping.

Y e c h i s h: Shartga ko'ra $2a=16\Rightarrow a=8$; (2.6) formuladan:

$$x=\frac{a}{\varepsilon}\Leftrightarrow\frac{12}{2}=\frac{8}{\varepsilon}\Rightarrow\varepsilon=\frac{4}{3};$$

(2.7) formuladan: $x=\frac{a^2}{c}\Leftrightarrow 10=\frac{64}{c}\Rightarrow c=6,4$

$$b^2=a^2-c^2=64-40,96=23,04.$$

Bundan, $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{23{,}04}=1$ yoki $\frac{x^2}{64}+\frac{25y^2}{576}=1$

Ellipsning chizmasini yasaymiz: $a=8$; $b=4{,}8$; $c=6{,}4$.

Yangi pedagogik texnologiyalar asosida darslarga qo'yilgan talablarga tayangan holda darsni tashkil etish noan'anaviy usullaridan foydalanish ta'lim oluvchilar bilim olishini yengillashtiradi, ularning mashg'ulotlardagi faolligini oshiradi [4,10].

Hozirgi zamonaviy darsda o'qituvchi yetakchi, rejissyor, boshqaruvchi bo'lib, asosiy ijrochi esa talaba bo'lishini talab etadi. Talaba darsda o'qituvchi rahbarligida faol ishtirokchi sifatida faoliyat ko'rsatadi, guruhdagi talabalar bilan fikrlashadi, baxs-munozarada qatnashadi, hamkorlikda ishlashni o'rgatadi, ulardan o'rganadi, mustaqil ishlaydi va ijodiy fikrlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI :

1. Axmedov A.B., Shodmonov G., Esonov E.E., Abdukarimov A.A., Shamsiyev D.N. Oliy matematikadan individual topshririqlar. –Toshkent: O'zbekiston ensiklopediyasi, 2014.
2. S. Hakimov, B.Boltaboyev "O'quvchi va talabalarga matematika fanini o'qitishda didaktikaning asosiy prinsiplarini ahamiyati."Andijon davlat universiteti. Zamonaviy matematikaning nazariy asoslari va amaliy masalalari respublika ilmiy amaliy anjumani. 2022 yil.
3. S.Hakimov "O'rganuvchilarda amaliy harakterdagi masalalar yechish ko'nikmalarini oshirish." Namangan qurilish muhandislik institute. 2022 yil.
4. Хакимов Сайибжон, & Насиров Илхам Закирович. (2023). КВАДРАТ ТЕНГЛАМА ВА ТЕНГСИЗЛИКЛАРНИ ЎҚИТИШ ТЕХНОЛОГИЯСИ. *Scientific Impulse*, *1*(8), 476–482. Retrieved from http://nauchniyimpuls.ru/index.php/ni/article/view/6474
5. Nasirov Ilxam Zakirovich, & Maxmudov Ozodbek Erkinboevich. (2023). SANOAT KORXONALARINING TA'MINOT ZANJIRIDA LOGISTIK JARAYONLARNI TAKOMILASHTIRISH. *Scientific Impulse*, *1*(8), 493–499. Retrieved from http://nauchniyimpuls.ru/index.php/ni/article/view/6478
6. Насиров, И. (2023, апрель). ПРОВЕДЕНИЕ ЗАНЯТИЙ ПО МЕТОДИКЕ «ПСИХИЧЕСКАЯ АТАКА». В *Международной конференции по преподаванию в высших учебных заведениях* (Том 1, № 1, стр. 86-89).
7. НАСИРОВ ИЛХАМ ЗАКИРОВИЧ. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ВЕДЕНИЕ УЧЕБНОЙ И НАУЧНОЙ РАБОТ В ВУЗЕ// PEDAGOGICAL SCIENCES AND TEACHING METHODS: a collection scientific works of the International scientific conference (17 January, 2023)- Copenhagen: 2023. Part 19- p. 175-177.
8. Nasirov Ilkham Zakirovich. Intellektual transport tizimlari. Darslik. ISBN 978-9910-799-39-6. Andijon: Omadbek print number one, 2024- 227 b.

9. Nasirov Ilkham Zakirovich. Transport vositalarining bort axborot tizimlari. Darslik. ISBN: 978-9910-08-049-4. Andijon: Omadbek print number one, 2024- 140 b.
10. Nasirov Ilkham Zakirovich. Texnik ijodkorlik asoslari. O'quv qo'llanma. ISBN 978-9910-776-38-0. Andijon: Omadbek print number one, 2024- 330 b.