INNOVATIVE WORLD

ISSN: 3030-3079

ORIENTAL JOURNAL OF ACADEMIC AND MULTIDISCIPLINARY RESEARCH

Open Access, Peer Reviewed Journal

Scientific Journal

Eyler to'g'ri chizig'i va uning isboti

[1]Xo'jamqulov Ravshanbek Hasanboy o'g'li
ravshanbekhan1@gmail.com
[2]Ibrohimjonova Mohinabonu Jamoliddin qizi
bestmob628@gmail.com
[3]G'ayniddinov Shayxislom tolibjon o`g`li
[1,2]Namangan davlat pedagogika instituti Matematika-informatika yo'nalishi 2- bosqich talabalari
[3]Namangan davlat pedagogika instituti Aniq fanlar kafedrasi o`qituvchisi

Annotation: This article aims to prove that the points of intersection of the height, median and middle perpendiculars of an arbitrary triangle lie on a straight line.

Key words: Altitude, median, middle perpendicular, triangle, straight line, section, coordinate

Аннотация: Целью данной статьи является доказательство того, что точки пересечения высоты, медианы и среднего перпендикуляров произвольного треугольника лежат на прямой.

Ключевые слова: Высота, медиана, средний перпендикуляр, треугольник, прямая, сечение, координата.

Annotatsiya: Ushbu maqola ixtiyoriy uchburchakning balandlik, mediana va o'rta perpendikularlarining kesishish nuqtalarining bir to'g'ri chiziqda yotishini isbotlashdan iborat bo'ladi.

Kalit so`zlar: Balandlik, mediana, o'rta perpendikulyar, uchburchak, to'g'ri chiziq, kesma, koordinata

Kirish

Ushbu maqola Eyler to'g'ri chizig'i haqida bo'lib, u uchburchakning muhim nuqtalari medianalar kesishgan nuqta, balandliklar kesishgan nuqta va tashqi chizilgan aylana markazini birlashtiradi. Bu nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishini bilish murakkab geometrik hisoblarni soddalashtiradi. Eyler to'g'ri chizig'i uchburchaklarning chuqur xususiyatlarini o'rganish uchun nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham qulayliklar yaratadi.

Teorema. Ixtiyoriy uchburchakning balandliklari kesishish nuqtasi H, medianalari kesishish nuqtasi M va shu uchburchakka tashqi chizilgan aylana markaz O bo'lsa, u holda H, M, O nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi.

Isbot: Aytaylik, bizga uchlari $A(x_1,0)$,$B(x_2,0)$,$C(0,y_1)$ koordinatalardan iborat uchburchak berilgan bo'lsin. Shu uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi va shu uchburchakning balandlik, medianalari kesishish nuqtalari bir to'g'ri chiziqda yotishini isbotlashimiz talab qilinadi. Dastlab uchburchakning balandliklar kesishish nuqtasini topib olaylik.

Uchburchak balandliklarining kesishish nuqtasini topish

1-ta`rif: Uchburchakning berilgan uchidan tushurilgan balandligi deb uchburchakning shu uchidan uning qarshisidagi tomon yotgan to‘g‘ri chiziqqa tushiriligan perpendikulyarga aytiladi.

◀ Yuqoridagi ta’rifga ko’ra H_B balandlikni topish uchun AC tomon yotgan to’g’ri chiziq tenglamasi kerak bo’ladi.

Biz buning uchun ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini topish formulasidan foydalanamiz.

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

AC tomon yotgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini topamiz:

Bizda shu nuqtalar ma’lum $A(x_2, 0), C(0, y_1)$

$$\frac{x - x_1}{0 - x_1} = \frac{y - 0}{y_1 - 0}, \quad \frac{x - x_1}{-x_1} = \frac{y}{y_1}, \quad y = y_1 \cdot \frac{x - x_1}{-x_1}, \quad y = \frac{-y_1}{x_1} \cdot x + y_1$$

AC tomon yotgan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar va B nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini topib olamiz. Buning uchun ikki to‘g‘ri chiziqlarning perpendikulyarlik xossasidan foydalanamiz.

y=$k_1 \cdot x + l$,y=$k_2 \cdot x + b$

Ikki to‘g‘ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti quyidagicha: $k_1 \cdot k_2 = -1$

$B(x_1, 0)$ nuqtadan o‘tuvchi va AC ($y = \frac{-y_1}{x_2} \cdot x + y_1$) tomonga perpendikulyar to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzib olaylik:

$$\begin{cases} y = \frac{-y_1}{x_1} \cdot x + y_1 \\ y' = k_2 \cdot x + l \end{cases} \Rightarrow k_2 = \frac{x_1}{y_1}, \quad \begin{cases} y' = \frac{x_1}{y_1} \cdot x + l \\ B \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{x_2}{y_1} \cdot x_1 + l \Rightarrow l = -\frac{x_1 \cdot x_2}{y_1}$$

$$H_B \in y' = \frac{x_1}{y_1} \cdot x - \frac{x_1 \cdot x_2}{y_1}$$

Yuqoridagilardan foydalanib H_C ni topib olamiz :

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - 0}{0 - 0}, \quad \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y}{0}, \quad y = 0 \cdot \frac{x - x_1}{-x_1}, \quad y = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow H_C \in x = 0$ to‘g‘ri chiziqda ekanligi ma’lum bo‘ladi.

Balandliklar yotgan to‘g‘ri chiziqlarni kesishtirish orqali balandliklar kesishgan nuqtani topib olamiz:

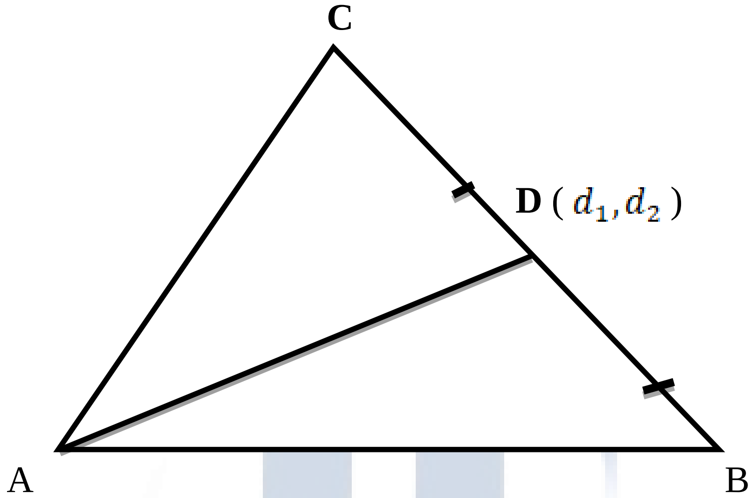
$$\begin{cases} y' = \frac{x_1}{y_1} x - \frac{x_1 \cdot x_2}{y_1} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y' = -\frac{x_1 \cdot x_2}{y_1}$$

Demak, uchburchak balandliklarining kesishish nuqta $H(0, -\frac{x_1 \cdot x_2}{y_1})$ ga teng ekan.▶

Uchburchak medianalarining kesishish nuqtasini topish

2-ta‘rif: Uchburchakning berilgan uchidan tushirilgan medianasi uchburchakning shu uchini uning qarshisidagi tomon o‘rtasi bilan tutashtiruvchi kesmaga aytiladi.

Demak, yuqoridagi ta’rifga ko‘ra uchburchakning A uchidan tushurilgan mediana BC tomonni o‘rtasiga tushar ekan.[1-6]



D nuqta BC kesmaning o‘rtasi bo‘lgani uchun D nuqtaning koordinatasini quyidagicha ifoda etamiz:

$$\begin{cases} d_1 = \frac{x_2+0}{2} \\ d_2 = \frac{y_1+0}{2} \end{cases} => D(\frac{x_2}{2}, \frac{y_1}{2})$$

1-xossa: Uchburchakning medianalari bir nuqtada kesishadi va bu nuqtada uchburchak uchidan boshlab hisoblaganda 2:1 nisbatda bo‘linadi. .[1,2,3]

◀ Uchburchakning medianalari kesishgan nuqtani topib olaylik.

$$x = \frac{a_1 + \lambda \cdot b_1}{1+\lambda}, \qquad y = \frac{a_2 + \lambda \cdot b_2}{1+\lambda}$$

Yuqoridagi formula uchlari A(a_1, a_2) va B(b_1, b_2) nuqtalarda bo‘lgan kesmani **λ** nisbatta bo‘lgan nuqtaning koordinatasini topish formulasi. Yuqoridagi formula yordamida uchburchak medianalari kesishgan nuqtaning koordinatalarini topamiz. .[4,5,6]

Bunda, λ =2:1

$$\begin{cases} x = \frac{x_1+2\cdot\frac{x_2}{2}}{1+2} \\ y = \frac{0+2\cdot\frac{y_1}{2}}{1+2} \end{cases} => \begin{cases} x = \frac{x_1+x_2}{3} \\ y = \frac{y_1}{3} \end{cases} => O_2(\frac{x_1+x_2}{3}, \frac{y_1}{3})$$

M nuqta bu uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi $(\frac{x_1+x_2}{3}, \frac{y_1}{3})$ nuqtada yotar ekan.▶

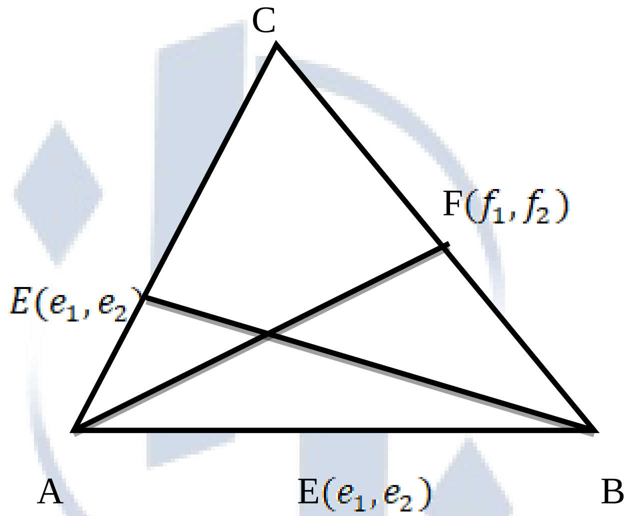
Uchburchakka tashqi chizilgan aylananing markazini topish

3-ta'rif: Uchburchakka tashqi chizilgan aylananing markazi shu uchburchakning o'rta perpendikulyarlari kesishgan nuqtada yotadi.

4-ta'rif: Uchburchakning o'rta perpendikulyari – bu uchburchakning har bir tomonining o'rtasidan o'tadigan va shu tomonga perpendikulyar bo'lgan chiziqdir.

◀ Yuqoridagi ta'rifdan foydalanib uchburchakning BC va AC tomonlardan o'tuvchi o'rta perpendikulyarni topib olaylik.

olaylik.



$F(f_1, f_2)$ nuqta BC tomonni o'rtasida bo'lgani uchun:

$$\begin{cases} f_1 = \frac{x_2+0}{2} \\ f_2 = \frac{0+y_1}{2} \end{cases} => F(\frac{x_2}{2}, \frac{y_1}{2}),$$

$E(e_1, e_2)$ nuqta esa

$$\begin{cases} e_1 = \frac{x_1+0}{2} \\ e_2 = \frac{0+y_1}{2} \end{cases} => E(\frac{x_1}{2}, \frac{y_1}{2})$$

ga teng bo'ladi. Ushbu o'rta perpendikulyar BC tomonga perpendikulyar bo'lgani uchun uning burchak koeffitsiyenti BC tomon yotgan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti bilan $k_1 \cdot k_2 = -1$ munosabatda bo'ladi. Bundan foydalanib F nuqta yotgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzib olamiz:

$\frac{x-x_2}{0-x_2} = \frac{y-0}{y_1-0} \Rightarrow y = -\frac{y_1}{x_2} \cdot x + y_1$ bu BC tomon yotgan to'g'ri chiziq tenglamasi bo'lib, uning burchak koeffitsiyenti $k_1 = -\frac{y_1}{x_2}$ ga teng. Bundan F nuqta yotgan o'rta perpendikulyar tenglamasini tuzib olamiz:

$$k_1 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow k_2 = \frac{x_2}{y_1} \Rightarrow g = \frac{x_2}{y_1} \cdot x + l$$

$g = \frac{x_2}{y_1} \cdot x + l$ to'g'ri chiziq $F(\frac{x_2}{2}, \frac{y_1}{2})$ nuqtadan o'tgani uchun

$$\frac{y_1}{2}=\frac{x_2}{y_1}\cdot\frac{x_2}{2}+l\Rightarrow l=\frac{{y_1}^2-{x_2}^2}{2\cdot y_1}\Rightarrow g_1=\frac{x_2}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_2}^2}{2\cdot y_1},$$

ga teng bo‘ladi. $g_1=\frac{x_2}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_2}^2}{2\cdot y_1}$ ushbu tenglama BC tomonga o‘tkazilgan o‘rta perpendikulyar tenglamasi bo‘ladi.

Endi AC tomondan o‘tgan o‘rta perpendikulyar tenglamasini shu tartibda topib olamiz.

$$\frac{x-x_1}{0-x_1}=\frac{y-0}{y_1-0},\ \frac{x-x_1}{-x_1}=\frac{y}{y_1},\ y=y_1\cdot\frac{x-x_1}{-x_1},\ y=\frac{-y_1}{x_1}\cdot x+y_1.$$

Demak, $k_1=\frac{-y_1}{x_1}\Rightarrow k_2=\frac{x_1}{y_1}$ ga teng bo‘ladi.

Endi AC tomondan o‘tgan o‘rta perpendikulyar tenglamasi:

$g_2=\frac{x_1}{y_1}\cdot x+l$ to‘g‘ri chiziq $E(\frac{x_1}{2},\frac{y_1}{2})$ nuqtadan o‘tgani uchun:

$$\frac{y_1}{2}=\frac{x_1}{y_1}\cdot\frac{x_1}{2}+l\Rightarrow l=\frac{{y_1}^2-{x_1}^2}{2\cdot y_1}\Rightarrow g_2=\frac{x_1}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_1}^2}{2\cdot y_1}.$$

$g_2=\frac{x_1}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_1}^2}{2\cdot y_1}$ ushbu tenglama AC tomonga o‘tkazilgan o‘rta perpendikulyar tenglamasi bo‘ladi.

O‘rta perpendikulyarlar kesishgan nuqtani topamiz:

$$\begin{cases} g_1=\frac{x_2}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_2}^2}{2\cdot y_1} \\ g_2=\frac{x_1}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_1}^2}{2\cdot y_1}\end{cases} => \frac{x_2}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_2}^2}{2\cdot y_1}=\frac{x_1}{y_1}\cdot x+\frac{{y_1}^2-{x_1}^2}{2\cdot y_1},$$

$$\frac{x_1}{y_1}\cdot x-\frac{x_2}{y_1}\cdot x=\frac{{y_1}^2-{x_2}^2}{2\cdot y_1}-\frac{{y_1}^2-{x_1}^2}{2\cdot y_1},$$

$$\frac{x_1-x_2}{y_1}\cdot x=\frac{{y_1}^2-{x_2}^2-{y_1}^2+{x_1}^2}{2\cdot y_1},$$

$$\frac{x_1-x_2}{y_1}\cdot x=\frac{{x_1}^2-{x_2}^2}{2\cdot y_1},\ x=\frac{x_1+x_2}{2}\Rightarrow g=\frac{{y_1}^2+x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1}\ \blacktriangleright$$

Uchburchakning balandlik, mediana va uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazini topib oldik. Ular $H\left(0,-\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}\right)$, $M\left(\frac{x_1+x_2}{3},\frac{y_1}{3}\right)$ va $O\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{{y_1}^2+x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1}\right)$ nuqtalardan iborat.

◀ Endi bu uchta nuqtaning bir to‘g‘ri chiziqda yotishini isbotlaymiz:

$$\frac{x-0}{\frac{x_1+x_2}{3}-0}=\frac{y+\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}}{\frac{y_1}{3}+\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}},\ \frac{3\cdot x}{x_1+x_2}=\frac{y+\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}}{\frac{{y_1}^2+3\cdot x_1\cdot x_2}{3\cdot y_1}},\ \frac{3\cdot x}{x_1+x_2}\cdot\frac{{y_1}^2+3\cdot x_1\cdot x_2}{3\cdot y_1}=y+\frac{x_1\cdot x_2}{y_1},$$

$$y=\frac{{y_1}^2+3\cdot x_1\cdot x_2}{(x_1+x_2)\cdot y_1}\cdot x-\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}$$

$H\left(0,-\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}\right)$ va $M\left(\frac{x_1+x_2}{3},\frac{y_1}{3}\right)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi $y=\frac{{y_1}^2+3\cdot x_1\cdot x_2}{(x_1+x_2)\cdot y_1}\cdot x-\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}$ ga teng. Bu tenglamaga $O\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{{y_1}^2+x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1}\right)$ nuqtani qo‘yish orqali isbotni nihoyasiga yetkazamiz:

$$\frac{{y_1}^2+x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1}=\frac{{y_1}^2+3\cdot x_1\cdot x_2}{(x_1+x_2)\cdot y_1}\cdot\frac{x_1+x_2}{2}-\frac{x_1\cdot x_2}{y_1},\ \frac{{y_1}^2+x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1}=\frac{{y_1}^2+3\cdot x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1}-\frac{x_1\cdot x_2}{y_1}$$

$$\frac{{y_1}^2+x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1}=\frac{{y_1}^2+x_1\cdot x_2}{2\cdot y_1},$$

bundan H, M va O nuqtalar bir to‘g‘ri chiziqda yotishi isbotlandi va bu to‘g‘ri chiziq Eyler to‘g‘ri chizig‘i deyiladi. ▶

Xulosa

Bu teorema uchburchakning muhim geometrik xususiyatlarini aniqlash uchun ishlatiladi va matematik isbotlashlarda keng qo‘llaniladi. Teorema orqali turli murakkabliklar kamayadi. Olimpiada masalalarida yuzaga keladigan ba’zi muammolarni hal qilish osonlashadi. Teoremani bilish matematik masalalarni tezroq yechish, geometrik va fizik jarayonlarni tushunish, diagrammalarni aniq chizish, geometrik xossalarni soddalashtirish imkoniyatlarini beradi. Bu teorema nafaqat nazariy o‘rganish uchun, balki amaliy masalalarda va ilmiy tadqiqotlarda ham qo‘llaniladi.

Adabiyotlar ro`yxati

1. Холмурадов, Ф. М., Умрзаков, Ш. К., & Мамадалиев, У. Х. (2024). ЎҚУВЧИЛАРДА АБСТРАКТ ТАФАККУРНИ ШАКЛЛАНТИРИШ МЕТОДИКАСИНИ ТАКОМИЛЛАШТИРИШ. *Научный Фокус*, *1*(11), 457-462.
2. Mamatxonovich, X. F., Erkinjonovna, S. Z., Tolibjon og, G. S., & Kosimovich, U. S. (2024). APPLICATIONS OF MATHEMATICAL MODELS IN THE TEACHING OF MATHEMATICS: PERSPECTIVES FOR GEOGRAPHY MAJORS. *Научный Фокус*, *1*(11), 449-452.
3. Polvanov, R. R. (2023). IKKINCHI TARTIBLI GRONUOLL CHEGARALANISHLI BOSHQARUVLAR UCHUN TUTISH MASALASI. *RESEARCH AND EDUCATION*, *2*(12), 62-67.
4. Xolmuradov, F. M. (2024). DIFFERENTSIAL TENGLAMALAR FANINI OQITISHDA KONPETENSIYAVIY VA ADAPTIV YONDASHUVLARDAN FOYDALANISH METOKASI. *Научный Фокус*, *1*(11), 172-178.
5. Tolibjon o'g, S. G. A. (2022). BOSHQARUVLAR ARALASH CHEGARALANISHLI BO'LGAN HOL UCHUN YOPIQ SODDA GRAFLARDA QUVISH-QOCHISH MASALASI.
6. Qahramon o‘g, O. K. I., Hasanboy o‘g, J. R. A., & Hasanboy o‘g, X. J. R. (2024). ANIQ INTEGRAL YORDAMIDA BA’ZI BIR LIMITLARNI HISOBLASH METODLARI. JOURNAL OF THEORY, MATHEMATICS AND PHYSICS, 3(6), 23-27.