BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI (BUXORO TABIIY RESURSLARNI BOSHQARISH INSTITUTI) (O‘ZBEKISTON),

**BIRLASHGAN MILLATLAR TASHKILOTINING
“QISHLOQ XO‘JALIGI VA OZIQ OVQAT” TASHKILOTI (FAO),**

GUMBOLT NOMIDAGI BERLIN UNIVERSITETI (GERMANIYA),

PRESOV UNIVERSITETI (SLOVAKIYA),

VALENSIYA POLITEXNIKA UNIVERSITETI (ISPANIYA),

ZALF AGROTEXNOLOGIYALAR ILMIY TADQIQOT MARKAZI (GERMANIYA),

INTI XALQARO UNIVERSITETI (MALAYZIYA),

HERRIOT WATT UNIVERSITETI (MALAYZIYA)

“YASHIL ENERGETIKA VA UNING QISHLOQ VA SUV XO’JALIGIDAGI O’RNI” MAVZUSIDAGI XALQARO ILMIY VA ILMIY-TEXNIKAVIY ANJUMANI

MATERIALLAR TO‘PLAMI

29-30-aprel, 2025-yil

ISSN: 978-9910-10-082-6
UO‘K 556.182:551.5(08)
BBK 26.222+26.236
«DURDONA» Nashriyoti

“Yashil energetika va uning qishloq va suv xo’jaligidagi o’rni” mavzusidagi xalqaro ilmiy va ilmiy-texnikaviy anjumani materiallar to‘plami (2025-yil 29-30-aprel) -B.: Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti), 2025.

To‘plamga kiritilgan tezislardagi ma’lumotlarning haqqoniyligi va iqtiboslarning tog‘riligiga mualliflar mas’uldir.

Elektron pochta manzili: buxtimi@mail.ru

Proposition 5 [9]. For any topological space, we have:

$$\pi\chi(x,X)\le\chi(x,X),\ \pi\chi(X)\le\chi(X)$$

Definition 16 [10]. Number of open sets of the X topological space:

$$o(X)=|\tau|.$$

If φ is a cardinal invariant, then the hereditary cardinal invariant $h\varphi$ generated by the cardinal invariant φ is defined as follows: $h\varphi(X)=\sup\{\varphi(Y):Y\subset X\}$.

Hereditary density space of X defined as follows:

$$hd(X)=\sup\{d(Y):Y\subset X\}$$

Theorem 4 [9]. Let X be a separable space. Then every uncountable cardinal is a caliber of X.

References

[1] П.Олвер.Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям. Москва.1989

[2]. Stefan P. Accessible sets, orbits, and foliations with singularities. Proc. London Mathematical Society. 1974, v. 29, p. 694–713.

[3] Sussmann. H. Orbits of family of vector fields and integrability of systems with singularities.

Bull. Amer. Math. Soc., 1973, 79, p. 197–199.

[4] Juraev, F., Ibodov, N., Sharipova, D., Do‘stova, S., Avliyoqulov, M. (2024). Studying the technological process formation of mole drainage from a mole ripper. E3S Web of Conferences (Vol. 486, p. 03013). EDP Sciences.

[5] Ибодов, Н. М. (2024, March). ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ, ИХ ИНТЕГРАЛЬНИЕ КРИВЫЕ И ПОТОК. Uz Conferences (Vol. 1, No. 3, pp. 757-760).

[6] Ibodov, N. M., Qobilov, K. H. (2022, September). Egri chiziq bilan chegaralangan sohaning yuzi egri chiziqli integral orqali ifodalash. International conferences (Vol. 1, No. 11, pp. 7-11).

[7]. Yuldashev T.K., Mukhamadiev F.G. The local density and the local weak density the space of permutation degree and hattori space // Ural Mathematical Journal, 2020, 6(2), p. 108-116.

[8]. Viro O.Ya., Netsetaev N.Yu., Ivanov O.A., Kharlamov V.M. Elementary topology, Moscow, 2012.

[9]. Arkhangelskii A.V. Structure and classification of topological spaces and cardinal invariants. // UMN,-1978,-№ 4 (33). – p. 29-84.

[10]. Mukhamadiev, F.G., Badrutdinova, R.Z., Sadullaev, A.Kh., Meyliev, S.U. The density and the local density of space of the permutation degree and hyperspaces// Advances Mathematics: Scientific Journal, 2021, 10 (1), p. 287–293.

УДК518:517.944/947

MAXSUSLIKKA EGA BO‘LGAN IKKINCHI TARTIBLI DIFFERENTSIAL OPERATOR UCHUN SHTURM-LIUVILL MASALASINI MAXSUS VARIATSION AYIRMALI SXEMALAR YORDAMIDA YECHISH

Hamroyev Y.Y.
Buxoro davlat texnika universiteti aniq fanlar kafedrasi dotsenti v.b.
Haydarov B.H
Buxoro davlat texnika universiteti aniq fanlar kafedrasi stajyor o‘qituvchisi.

Annotatsiya: *Ushbu maqolada maxsuslikka ega bo‘lgan Shutrm- Liuvill masalasi uchun aniq variatsion –ayirmali sxema qurib , uning yagonaligi isbotlangan bu ayirmali sxemadan foydalanib, istalgan aniqlikdagi “m” – rangli “qirqilgan” variatsion ayirmali sxema qurilib, uning xos sonlari va ularga mos keluvchi xos vektorlar bo‘yicha yaqinlashish tezligi aniqlangan. Maxsus tengmas qadamli to‘rni tanlash natijasida , qurilgan variatsion – ayirmali sxema uchun bo‘laklab uzluksiz funktsiyalar sinfida mumkbo‘lgan eng yuqori aniqlikka erishilgan .*

Аннотация: *В данной статье построена точная вариационно-разностная схема для специальной задачи Шутрама-Лиувилля, и с использованием этой разностной схемы, единственность которой доказана, построена «т»-раскрашенная «обрезанная» вариационно-разностная схема любой точности, и скорость ее сходимости определена через ее собственные значения и соответствующие им собственные векторы. В результате выбора специальной неравномерной сетки для построенной вариационно-дифференциальной схемы достигнута максимально возможная точность в классе кусочно-непрерывных функций.*

Annotatsion: *this article, an exact variational-differential scheme is constructed for the special Shutram-Liouville problem, and using this differential scheme, whose uniqueness is proven, an "m"-colored "clipped" variational-differential scheme of any accuracy is constructed, and its convergence rate is determined terms of its eigenvalues and corresponding eigenvectors. As a result of choosing a special unequal-step grid, the highest possible accuracy the class of piecewise continuous functions is achieved for the constructed variational-differential scheme.*

Kalit so‘zlar:*Ayirmali sxema,tengmas qadamli to‘r variatsion,shablon funktsiya,aniq variatsion-ayirmali sxema,yaqinlashish tezligi,vaznli faza,”m”rangli variatsion-ayirmali sxema,maxsus to‘r.*

Ключевые слова: *Разностная схема, неравномерная сетка,вариацион, шаблонная функция, точная вариационно-разностная схема, скорость сходимости, весовое пространство, усеченная вариационно-разностная схема “m”го ранга, специальная сетка.*

Keywords: *Differential scheme, uneven step mesh variation, template function, exact variational-differential scheme, convergence rate, weighted phase, "m"-colored variational-differential scheme, special mesh.*

Ko‘pgina tebranish jarayonlarining matematik modellari Shturm – Liuvill masalasiga olib keladi.

Ayrim hollarda ya’ni muhit bir jinsli bo‘lmagan hollarda bunday masalalarning matematik modellari hisoblangan differentsial tenglamalar maxsuslikka ega bo‘ladi. Bu maxsuslik yuqori tartibli hosila oldidagi koeffisientning yechim izlanayotgan kesama chegaralarida nolga aylanishidan iborat [1,2,3,4].

Bunday masalalarning taqribiy yechishning universal usullaridan biri ayirmali usuldir. Ammo, differentsial masala operatori maxsuslikka ega bo‘lgani uchun quriladigan ayirmali sxema maxsus yondashuvni talab qiladi.

Shu sababdan maxsuslikka ega bo‘lgan Shturm- Liuvill masalasini talab qilingan aniqlik darajasida taqribiy yechishga mo‘ljallangan ayirmali sxemalar qurish va ularni tahlil qilish dolzarb masala hisoblanadi.

Maxsuslikka ega bo‘lgan Shturm- Liuvill masalasini ayirmali usulda yechish bilan Prikazchikov V.G., Lug‘nix V. M., Makarov V.L., Gavliyuk I. P., Makarov I. L., Hamroyev Y. Y. lar shug‘ullanganlar [5,6,7].

Bu maqolada yuqorida qayd etilgan mualliflar ishlarini o‘rgangan holda , maxsus tengmas qadamli to‘rni kiritish natijasida , mutlaqo yangi ilmiynatijalar qo‘lga kiritilgan. Ya’ni maxsuslik mavjud bo‘lishiga qaramasdan , bo‘laklab uzluksiz koeffientlar sinfidaeng yuqori aniqlikka ega bo‘lgan variatsion ayirmali sxema qurib, u to‘la tahlil qilingan.

Masalaning qoyilishi:

$$L_{\vec{u}}^{(p,q,r)} = L_{\vec{u}}^{(p,q)} + \lambda r(x)\vec{u} = 0 \,, -1 < x < 1 \ (1)$$

$$\mathrm{P(x)}\vec{U}(x)\big|_{x=\pm 1}=0$$

λ-ning shunday qiymatlarini topish kerakki, (1), (2) chegaraviy masala noldan farqli yechimlarga ega bo‘lsin.

Bu yerda

$$L_{\vec{u}}^{(p,q)} \equiv \left(P(x)\vec{u}'(x)\right)' - q(x)\vec{u}(x), \text{ va p(x)=(1-}x^2) \cdot p_1(x)\ bo'lib,$$

0<$c_1 \le p_1(x) \le c_2$, 0<$c_3 \le q(x) \le c_4$ 0<$c_5 \le r(x) \le c_6$ (3)

Shartlar bajarilsdeb hisoblaymiz. Bundan tashqari

$$p_{ij}\cdot(x),\ q_{ij}\cdot(x),\ r_{ij}\cdot(x) \in Q^{(0)}[-1,1] \quad (4)$$

($Q^{(0)}[-1,1], [-1,1]$ − kesmada bo‘laklab uzluksiz funktsiyalar sinfi)

Keltirilgan (3), (4) shartlar bajarilganda (1), (2) masala yagona yechimga ega bo‘lishi [8] isbotlangan.

Tengmas qadamli to‘rda aniq variatsion-ayirmali sxema.

Bizga (1), (2) xos sonlik masalasi berilgan bo‘lib , (3),(4) shartlar bajarilgan bo‘lsin.

[-1,1] kesmada quyidagi tengmas qadamli to‘rni kiritamiz:

$$\widehat{w_{h_i}} = \{-1 = x_{-N} < x_{-N+1} < x_{-N+2} \dots < x_0 < x_1 \dots < x_N = 1\}$$

Bu yerda

$$x_i = sign\,(x_i)\sum_{p=1}^{i} h_p \ \ , h_i = (2/N)(1-(i-0.5)N),$$

$$\text{i}=\overline{-N+1, N-1}.$$

$$\phi_i(x,\lambda) = \begin{cases} 0 \ \ , -1 < x < x_{i-1} \\ v_1^i(x,\lambda,h_i)/v_1^i(x_i,\lambda,h_i), x_{i-1} \le x \le x_i \\ v_2^{i+1}(x,\lambda,h_{i+1})/v_2^{i+1}(x_i,\lambda,h_{i+1}), x_i \le x \le x_{i+1} \\ 0 \ \ , \quad x_{i+1} < x < 1 \end{cases} \quad (5)$$

Bunda $V_j^i(x,\lambda), (j = 1,2; i = -N+1, N-1)$, λ=$\lambda_k$ bo‘lganda $\widehat{w_{h_i}}$*to'rda quyidagi koshi masalalarining yechimlari bo'ladi*:

$$\begin{cases} L^{(p,q,r)}V_j^i(x,\lambda) = 0, \quad x_{i-1} < x < x_i, j = 1,2, \\ V_1^i(x_{i-1},\lambda) = \delta_{i,1}\ , P(x)(V_1^i(x,\lambda))'|_{x=x_{i-1}} = 1-\delta_{i,1}, (6) \\ V_2^i(x_i,\lambda) = \delta_{i,N}\ , P(x)(V_2^i(x,\lambda))'|_{x=x_i} = \delta_{i,N} - 1; \\ i = \overline{-N+1, N-1}, \end{cases}$$

$\delta_{i,j}$- Kroneker simvoli , $\delta_{i,j}=\begin{cases} 0\ , i \ne j, \\ 1\ , i = j. \end{cases}$

Shundan so‘ng $\lambda = \lambda_k$ tayinlangan deb hisoblab, $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ kesmada x=$x_i + sh_i$,|s|≤ 1 lokal koordinat almashtirishni bajaramiz, hamda $V_j^i(x,\lambda)$ − shablon funktsiyalar uchun quyidagi yangi

$$V_1^i(x,\lambda) = V_1^i(x_i + sh_i,\lambda) = \begin{cases} \alpha^{-N+1}(s,\text{л},h_{-N+1})\ , i = -N+1 \\ h_i\alpha^i(s,\lambda,h_i), i = \overline{-N+2, N} \end{cases} \quad (7)$$

$$V_2^i(x,\lambda) = V_2^i(x_i + sh_i,\lambda) = \begin{cases} h_i\beta^i(s,\lambda,h_i), i = \overline{-N+1, N-1} \\ \beta^N(s,\lambda,h)\ , i = N \end{cases} \quad (8)$$

Belgilashlareni kiritamiz.

Bu almashtirishlardan kelib chiqqan holda $\phi_i(s,\lambda)$ bazis funktsiyalarni tuzib olamiz

$$\phi_{i_{i=\overline{-N+1,N-1}}}(\boldsymbol{s},\lambda) = \begin{cases} 0\ , |s| > 1 \\ \alpha^i(s,\lambda,h_i)/\alpha^i(o,x,h_i), -1 \le s \le 0, \\ \beta^{i+1}(s,\lambda,h_{i+1})/\beta^{i+1}(o,\lambda,h_{i+1}), \quad 0 \le s \le 1 \end{cases} \quad (9)$$

Variatsion – ayirmali sxemalar qurish uslubiyotidan foydalangan holda (9) va $\vec{u}(x) = \sum_{i-N+1}^{N-1}\phi_i(s,\lambda)\overrightarrow{u_i}$,$\overrightarrow{u_k}(x_i) = \overrightarrow{u_i}$ ekanligini hisobga olib ,

$$A_{h_i}\vec{y} = \mu B_{h_i}\vec{y} \qquad (10)$$

$$\|\overrightarrow{y_{-N}}\| < \infty, \qquad \|\overrightarrow{y_N}\| < \infty$$

Umumlashgan, albegraik xos sonlar masalasini hosil qilamiz.

Tengmas qadamli maxsus to‘rda variatsion ayirmali “qirqilgan”sxema aniqligini baholash.

Bu hosil qilingan variatsion ayirmali sxema (10) da A_{h_i}, B_{h_i} koeffesientlarda yig‘indilar ko‘rinishidagi $\alpha^i(s,\lambda,h_i), \beta^i(s,\lambda,h_i)$ lar qatnashgani uchun uni amaliy hisoblashlarda qo‘llab bo‘lmaydi. Shuning uchun m-rangli qirqilgan variatsion – ayirmali sxemani quramiz. Qo‘yilgan masalalarni amalga oshirish uchun

$$\widehat{\boldsymbol{\phi}_i}\ (\boldsymbol{s},\lambda)=\begin{cases} 0\,, |s|>1 \\ P_{i,1}^{(m)}(s,\lambda,h_i)/P_{i,1}^{(m)}(o,x,h_i), -1\le s\le 0, \\ P_{i+1,2}^{(m)}(s,\lambda,h_{i+1})/P_{i+1,2}^{(m)}(o,\lambda,h_{i+1}), \quad 0\le s\le 1 \end{cases}$$
$$\mathrm{i}=\overline{-N+1,N-1}$$

ba'zis funktsiyalarni tanlaymiz [10].

Bunda:

$$P_{i,1}^{(m)}(s,\lambda,h)=\alpha_o^i(s)+\sum_{k=1}^{m}h^{2k}\,\alpha_k^i(s,\lambda,h_i)\,,$$
$$P_{i,2}^{(m)}(s,\lambda,h)=\beta_o^i(s)+\textstyle\sum_{k=1}^{m}h^{2k}\,\beta_k^i(s,\lambda,h_i).$$

So'ngra Reley-Rits variatsion diskretlashtirish usulini qo'llab , m- rangli "qirqilgan" algebraik umumlahgan xos sonlar masalasi

$$A_{h_i}^{(m)}y^{(m)}=\ \lambda^{(m)}B_{h_i}y^{(m)}\ ,\ \left\|y_{-N}^{(m)}\right\|<\infty\ \ \left\|y_{N}^{(m)}\right\|<\infty \ (11)$$

ni hosil qilamiz. Bu variatsion – ayirmali sxema yaqinlashish tezligini olish uchun kerak bo'ladigan yordamchi tengsizliklar teng qadamli to'r uchun chiqarilgan (7) tengsizliklardan katta farq qilmagani uchun ularni alohida keltirib o'tirmadik.

Quyidagi asosiy teorema o'rinlidir.

Teorema Agar (3),(4) shartlar bajarilib , k- tayinlangan bo'lsa , u holda shunday bir $h_o>0$ topiladiki , $h_*<h_0$ ($h_*=\max_i\{h_i\}$) bo'lganda

$$0<\Lambda_k^{(m)}-\mu_k\le CN^{-4m-2-2\mu}$$
$$\|\overrightarrow{u_k}-\overrightarrow{y_k}\|_{\hat{V}[-1,1]}\le cN^{-2m-1-\mu}\ (12)$$

tengsizliklar o'rinli bo'ladi.

Bunda $\mu_k-(10)$ aniq variatsion – ayirmali sxemaning k- xos soni, $\Lambda_k^{(m)}$- (11) m-rangli "qirqilgan" variatsion ayirmali sxemaning k- xos soni , $\overrightarrow{u_k}-(10)$ ayirmali sxemaning μ_k xos soniga mos keluvchi xos funktsiyasi, $\overrightarrow{y_k}-(11)$ ayirmali sxemaning $\Lambda_k^{(m)}$ xos funktsiyasi , $\hat{V}[-1{,}1]$ maxsus vaznli to'r funktsiyalar fazosi.

Bu teoremaning isboti teng qadamli to'r uchun o'xshash teoremaning isbotidan (7) katta farq qilmagani uchun uni alohida keltirib o'tirmadik [10].

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев, Наукова думка,1970,30 с
2. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Квантовая механика.Т III.1963,702 с
3. Под ред Леонтьева А.И. Теория тепломассообмена В III.1979г 495с
4. Тихонов А. Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики,М Наука 1972г 735с
5. Макаров. В. Л., Гаврилюк И.П., Лужных В.М. Точная и усеченные разностные схемы для задачи Штурма-Лиувилля с вырождением – Диффю уравнения,1980г, Т, XVI, №7,1265-1275 с
6. Приказчиков В.Г. Однородные разностные схемы высокого порядка точности для задачи Штурма-Лиувилля. ЖВМи МФ, 1969г. Т.9., №2,315-336 с.
7. Макаров И.Л., Хамраев Ю.Ю. Вариационно-разностные схемы высокого порядка точности для векторных задач Штурма-Лиувилля с вырождением в случае системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.Ташкент, Изд, АН Уз ССР "Вопросы вычисл. и прикл матем ."№7 с,27-37.
8. Михлин С.Г. Курс математической физики.Изд. "Наука" М.1969.575с.
9. Сьярле Ф Метод конечных элементов для эллиптических задач М."Мир". 1980г. 512 с.
10. Ibodov, N. M., Qobilov, K. H. (2022, September). EGRI CHIZIQ BILAN CHEGARALANGAN SOHANING YUZI EGRI CHIZIQLI INTEGRAL ORQALI IFODALASH. INTERNATIONAL CONFERENCES (Vol. 1, No. 11, pp. 7-11).