



Leibniz-Zentrum für
Agrarlandschaftsforschung
(ZALF) e.V.



INTI
International
University & Colleges

**HERIOT
WATT**
UNIVERSITY
UK | DUBAI | MALAYSIA

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI (BUXORO TABIIY
RESURSLARNI BOSHQARISH INSTITUTI) (O‘ZBEKISTON),**

**BIRLASHGAN MILLATLAR TASHKILOTINING
“QISHLOQ XO‘JALIGI VA OZIQ OVQAT” TASHKILOTI (FAO),**

GUMBOLT NOMIDAGI BERLIN UNIVERSITETI (GERMANIYA),

PRESOV UNIVERSITETI (SLOVAKIYA),

VALENSIYA POLITEXNIKA UNIVERSITETI (ISPANIYA),

**ZALF AGROTEXNOLOGIYALAR ILMIY TADQIQOT MARKAZI
(GERMANIYA),**

INTI XALQARO UNIVERSITETI (MALAYZIYA),

HERRIOT WATT UNIVERSITETI (MALAYZIYA)

**“YASHIL ENERGETIKA VA UNING QISHLOQ VA SUV XO‘JALIGIDAGI
O‘RNI” MAVZUSIDAGI XALQARO ILMIY VA ILMIY-TEXNIKAVIY
ANJUMANI**

MATERIALLAR TO‘PLAMI

29-30-aprel, 2025-yil

ISSN: 978-9910-10-082-6
UO‘K 556.182:551.5(08)
BBK 26.222+26.236
«DURDONA» Nashriyoti

“Yashil energetika va uning qishloq va suv xo‘jaligidagi o‘rni” mavzusidagi xalqaro ilmiy va ilmiy-texnikaviy anjumani materiallar to‘plami (2025-yil 29-30-aprel) -B.: Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti), 2025.

TAHRIR HAY’ATI RAISI:
Imomov Shavkat Jaxonovich –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti rektori, texnika fanlari doktori, professor.
BOSH MUHARRIR:
Jo‘rayev Fazliddin O‘rinovich –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti ilmiy ishlar va innovatsiyalar bo‘yicha prorektori, texnika fanlari doktori, professor.
MUHARRIR:
Axmedov Sharifboy Ro‘ziyevich –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti “GTI va NS” kafedrası mudiri, texnika fanlari nomzodi, professor v.b.
TAHRIRIYAT HAY’ATI A’ZOLARI:
Ibragimov Ilhom Ahrorovich -texnika fanlari doktori, dotsent
Jo‘rayev Umid Anvarovich -qishloq xo‘jaligi fanlari doktori, professor.
Rajabov Yarash Jabborovich -texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.
Laamarti Yuliya Aleksandrovna - sotsiologiya fanlari nomzodi, dotsent
Marasulov Abdirahim Mustafoevich - texnika fanlari doktori, professor.
Teshayev Muxsin Xudoyberdiyevich -fizika-matematika fanlari doktori, professor
Boltayev Zafar Ixtiyorovich - fizika-matematika fanlari doktori, professor
To‘xtayeva Habiba Toshevna -geografiya fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), v.b., professor.
Safarov Tolib Tojiyevich -tarix fanlari nomzodi, dotsent.
Boltayev San‘at Axmedovich -texnika fanlari nomzodi, dotsent.
Jamolov Farxod Norkulovich - texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.
Barnayeva Muniraxon Abduraufovna - texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.

To‘plamga kiritilgan tezislardagi ma’lumotlarning haqqoniyligi va iqtiboslarning tog‘riligiga mualliflar mas’uldir.

© Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti).
© Mualliflar
Elektron pochta manzili: buxtimi@mail.ru

ДИФРАКЦИЯ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ВОЛНЫ НА МНОГОСЛОЙНОЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЕ ТЕЛО

У.И. Сафаров, Х. А. Хожиев, М.Ш. Ахмедов
Бухарский государственный технический университет
Н.У. Кулдашов
Ташкентский химико-технологический институт

Аннотация. В работе рассматривается бесконечно длинный круговой цилиндр, состоящий в общем случае из конечного числа коаксиальных вязкоупругих слоев, окружен деформируемой средой. Исследовано динамического напряженного – деформируемого состояния кусочно-однородного цилиндрического слоя от гармонической волны. Получено численные результаты напряжений в зависимости от длины волн.

Ключевые слова. Вязкоупругость, жидкость, частота, продольная и поперечная волна, оболочка, плоская деформация.

Введение. Современные подземные трубопроводы при сейсмических воздействиях работают в условиях не только статических, но и динамических нагрузок, которые сопровождаются большими повреждениями и даже отказом целой системы [1,2,3,4,5,6]. В случае достаточно протяженной полости и воздействия, направленного перпендикулярно ее продольной оси, окружающая полость среда и оболочка находятся в условиях плоской деформации, а задача определения напряженного состояния массива и оболочек сводится к плоской задаче динамической теории упругости (или вязкоупругости) [7,8,9]. В [10] решена задача о концентрации напряжений в безграничной линейно- упругой полости около круговой полости при распространении продольных гармонических волн. Решение дифракционной задачи для гармонической поперечной волны получено в [11]. В работе исследуется взаимодействие цилиндрические волны напряжения с цилиндром, состоящий в общем случае из конечного числа коаксиальных вязкоупругих слоев. Ввиду того, длинно сейсмических волна как правило превышают характерные размеры поперечных сечений выработок (например диаметр D), особой интерес представляют решение дифракционных задач для длинноволновых воздействий, т.е. когда $\frac{D}{\lambda} < 1$ (λ -длина волн). При больших

длинах волн ($\frac{D}{\lambda} = 0,04 \div 0,16$) максимальные коэффициенты динамических концентраций оказалась на 5 – 10% больше, чем при соответствующие двуслоном статическом нагружены ($\lambda \rightarrow \infty$).

Постановка задачи и основные соотношения

В работе исследуется взаимодействие цилиндрической волны напряжения параллельно-слоистыми упругими слоями с жидкостью. Предполагается, что линейный источник на рисунок 1 является непрерывным источником дилатационных (или поперечных) волн напряжения угловой скоростью ω и амплитудой φ_0 (или ψ_0), а слоистый пакет представляет собой толстостенные и тонкостенные слои цилиндра. При описании движения тонкостенных элементов используются уравнения теории таких оболочек, в основу которых положены гипотезы Крехгофа-Лява. Для тонкостенных слоев исходными являются уравнения линейной теории упругости. Нумерация слоев – произведение в порядке возрастания их радиусов от $k=1$ до $k=N$ (рисунок 1) . Величине, характеризующей свойства и состояние элементов соответствуют значения $j=1, 2, 3, N$, где K – упругий слой заключен между $K-1$ и K - м слоями. Параметры среды обозначены индексами $K=N$ (рисунок 1). В предположении обобщенного плоско деформированного состояния уравнение движения в смещениях имеет вид [1]

$$(\tilde{\lambda}_j + 2\tilde{\mu}_j) \text{grad}(\text{div}(\vec{u}_j)) - \tilde{\mu} \text{rot}(\text{rot}(\vec{u}_j)) + \vec{b}_j = \rho_j \frac{\partial^2 \vec{u}_j}{\partial t^2},$$

где λ_j и μ_j ($j=1,2N$, $j=N$ - относятся к окружающей среде, $j=1,2,\dots,N-1$ - к слою) операторные модули упругости [3]

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda}_j f(t) &= \lambda_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_{\lambda}^{(i)}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right] \\ \tilde{\mu}_j f(t) &= \mu_{0j} \left[f(t) - \int_{-\infty}^t R_{\mu}^{(i)}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right];\end{aligned}$$

$\vec{b}_j$ – вектор плотности объемных сил ($b_j=0$); $f(t)$ – некоторая функция; ρ_j – плотности материалов, $R_{\mu}^{(i)}(t-\tau)$ и $R_{\lambda}^{(i)}(t-\tau)$ -ядро релаксации, λ_{0j}, μ_{0j} -мгновенные модули упругости вязкоупругого материала, $\vec{u}_j(u_{rj}, u_{\theta j})$ -вектор смещения, который зависит от r, θ, t . При давлениях до 100 МПа движение жидкости в удовлетворительно описывается волновыми для потенциалов скорости частиц жидкости [4]

$$\Delta \varphi_0 = \frac{1}{C_o^2} \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial t^2},$$

где $\Delta = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{d}{rdr} + \frac{d^2}{r^2 d\theta^2}$; C_o – акустическая скорость звука в жидкости.

Потенциал φ_0 и вектор скорости жидкости связаны зависимостью $\vec{V} = \text{grad} \varphi_0$. Давление жидкости $r = R_0$ определяется с помощью линеаризованного интеграла Коши – Лагранжа $P = -\rho_o C_o \frac{\partial \varphi_0}{\partial t}$ – давление жидкости на стенке цилиндрического слоя и ρ_o – плотность жидкости. При условии безотрывного обтекания жидкости нормальная компонента скорости жидкости и слоя на поверхности их контакта $r = R_0$ должны быть равны

$$\left. \frac{\partial \varphi_0}{\partial r} \right|_{r=R_0} = \left. \frac{\partial u_{r1}}{\partial t} \right|_{r=R_0},$$

где u_{r1} – перемещения слоя по нормали. На контакте двух тел $r = R_j$ выполняется равенство смещений и напряжений (условие жесткого контакта)

$$u_{rj} = u_{r(j+1)}; \sigma_{rrj} = \sigma_{rr(j+1)} \quad u_{\theta j} = u_{\theta(j+1)}; \sigma_{r\theta j} = \sigma_{r\theta(j+1)}$$

Отметим, что в случае скользящего контакта грунта по поверхности трубы последнее уравнение в (4) примет вид [6]:

$$\sigma_{r\theta j} = 0,$$

где, $\sigma_{nn}^{(j)}$ и $\sigma_{ns_1}^{(j)}$ -радиальное и касательное напряжения в j-го вязкоупругого тела; $u_n^{(j)}$ и $u_{s_1}^{(j)}$ -радиальное и тангенциальное смещения j-го тела. Решение волнового уравнения (1) в потенциалах перемещений удовлетворяет в бесконечности $r \rightarrow \infty$ условию излучения Зоммерфельда:

$$\begin{aligned}\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi_N &= 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} (\sqrt{r})^\kappa \left(\frac{\partial \varphi_N}{\partial r} + i \alpha_N \varphi_N \right) = 0, \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \psi_N &= 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} (\sqrt{r})^\kappa \left(\frac{\partial \psi_N}{\partial r} + i \beta_N \psi_N \right) = 0.\end{aligned}$$

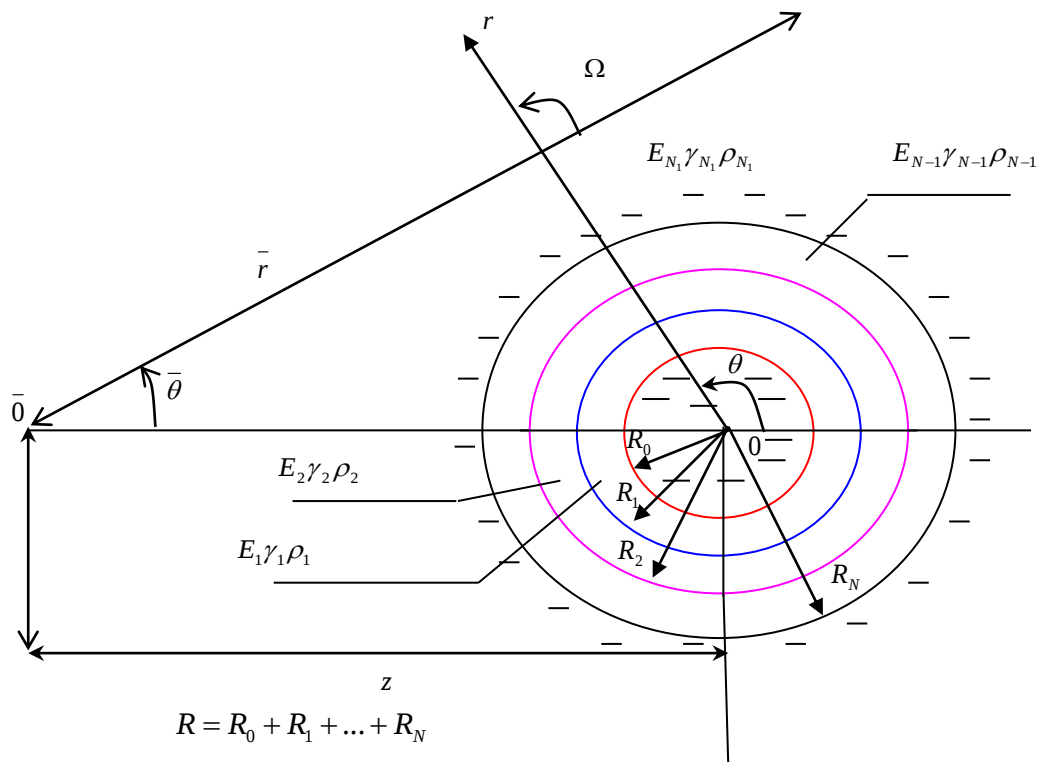


Рисунок 1. Расчетная схема слоистых цилиндрических тел, находящихся в деформируемой среде

R_0 -радиус оболочки, ρ_c -плотность оболочки, ν_c -коэффициент Пуассона оболочек, h_c - толщина оболочки, E_c -модуль упругости оболочки, σ_{rr} и $\sigma_{r\theta}$ - нормальные и касательные, составляющие реакции со стороны окружающей среды.

Контакт между оболочкой и окружающей средой может быть жестким или скользящим:

$$u|_{r=R_0+h_c/2} = u_\theta|_{r=R_0+h_c/2}, \quad W|_{r=R_0+h_c/2} = u_r|_{r=R_0+h_c/2}$$

Рассмотрим продольную волну, порождаемую продольным источником волн расширения, расположенным в точке $\bar{O}$ (рисунок 1). Потенциалы перемещения падающей волны расширения можно представить в виде [15]

$$\varphi_N^P = \varphi_{NO} i \pi H_o^{(1)}(\alpha_N \bar{r}) e^{-i\omega t},$$

где $H_o^{(1)}$ -представляет собой расходящиеся функции Ханкеля (первого рода нулевого порядка); φ_{NO} - амплитуда волны расширения; α_N - волновое число сжатия; $\alpha_N^2 = \omega^2/c_\alpha^2$, ω - круговая частота. При отсутствии падающей волны (6), рассматриваются собственные колебания подкреплённого отверстия находящейся в вязкоупругой среде.

Методы решения. Поставленная задача решается в потенциалах перемещений, для этого представим вектор перемещения в виде:

$$\vec{u}_j = \text{grad } \varphi_j + \text{rot } \vec{\psi}_j, \quad (j=1,2,\dots,N),$$

где φ_j - потенциал продольных волн; $\vec{\psi}_j (\psi_{rj}, \psi_{\theta j})$ - векторного потенциала поперечных волн.

Основные уравнения теории вязко упругости (1) для этой задачи о плоской деформации сводятся к следующему уравнению

$$(\lambda_{oj} + 2\mu_{oj})\nabla^2\phi_j - \lambda_{oj} \int_{-\infty}^t R_{\lambda}^{(j)}(t-\tau)\nabla^2\phi_j d\tau - 2\mu_{oj} \int_{-\infty}^t R_{\mu}^{(j)}(t-\tau)\nabla^2\phi_j d\tau = \rho_j \frac{\partial^2\phi_j}{\partial t^2}$$

$$\mu_{oj}\nabla^2\vec{\psi}_j - \mu_{oj} \int_{-\infty}^t R_{\mu}^{(j)}(t-\tau)\nabla^2\vec{\psi}_j d\tau = \rho_j \frac{\partial^2\vec{\psi}_j}{\partial t^2}$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ – дифференциальные операторы в цилиндрических координатах и v_j – коэффициент Пуассона. На бесконечности $r \rightarrow \infty$ потенциалы продольных и поперечных волн при $j = N$ удовлетворяют условию излучения Зоммерфельда (5). Решение уравнения (9) можно искать в виде:

$$\varphi_j(r, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_{kj}^{(\varphi)}(r, \theta) e^{-i\omega t}; \quad \psi_j(r, \theta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_{kj}^{(\psi)}(r, \theta) e^{-i\omega t},$$

где $q_{kj}^{(\varphi)}(r, \theta)$ и $q_{kj}^{(\psi)}(r, \theta)$ – комплексная функция, которое является решение следующих уравнениям (12)

$$\nabla^2 q_{kj}^{(\varphi)}(r, \theta) + \alpha_j^2 q_{kj}^{(\varphi)} = 0, \quad \nabla^2 q_{kj}^{(\psi)}(r, \theta) + \beta_j^2 q_{kj}^{(\psi)} = 0,$$

$$\nabla^2 q_{k0}^{(\varphi)}(r, \theta) + \alpha_0^2 q_{k0}^{(\varphi)} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{где } \alpha_j^2 = \frac{\rho\omega^2}{\lambda_{oj}(1-\bar{\lambda}_{oj}) + 2\mu_{oj}(1-\bar{\mu}_{oj})}, \quad \beta_j^2 = \frac{\rho\omega^2}{\mu_{oj}(1-\bar{\mu}_{oj})}, \quad \alpha_0^2 = \frac{\omega^2}{C_0^2}$$

$$\bar{\lambda}_{oj} = a_{\lambda j}(\omega) + ib_{\lambda j}(\omega), \quad \bar{\mu}_{oj} = a_{\mu j}(\omega) + ib_{\mu j}(\omega),$$

$$a_{\lambda j}(\omega) = \int_0^{\infty} R_{\lambda j}(\tau) \sin \omega \tau d\tau, \quad b_{\lambda j}(\omega) = \int_0^{\infty} R_{\mu j}(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

Решение уравнения (9) с учетом (11) выражается через функции Ханкеля 1-го и 2-го рода n -го порядка:

$$\varphi_j = \sum_{n=0}^{\infty} [A_{nj} H_n^{(1)}(\alpha_j r) + A'_{nj} H_n^{(2)}(\alpha_j r)] \cos n\theta e^{-i\omega t};$$

$$\psi_j = \sum_{n=0}^{\infty} [B_{nj} H_n^{(1)}(\beta_j r) + B'_{nj} H_n^{(2)}(\beta_j r)] \sin n\theta e^{-i\omega t}; \quad j = 1, 2, \dots, N-1$$

$$\varphi_N = \sum_{n=0}^{\infty} [C_{nN} H_n^{(1)}(\alpha_N r) + D_{nN} H_n^{(2)}(\alpha_N r)] \cos n\theta e^{-i\omega t}$$

$$\psi_N = \sum_{n=0}^{\infty} [M_{nN} H_n^{(1)}(\beta_N r) + L_{nN} H_n^{(2)}(\beta_N r)] \sin n\theta e^{-i\omega t}$$

$$\varphi_0 = \sum_{n=0}^{\infty} [K_{n0} J_n(\alpha_0 r) + K'_{n0} N_n(\alpha_0 r)] \cos n\theta e^{-i\omega t}$$

где $A_{nj}, A'_{nj}, B_{nj}, B'_{nj}, C_{nj}, D_{nj}, L_{nN}, M_{nN}, K_{nN}$ и K'_{nN} – коэффициенты разложения, которые определяются соответствующими граничными условиями; $H_n^{(1)}(\alpha_j r)$ и $H_n^{(2)}(\alpha_j r)$ – соответственно функция Ханкеля 1-го и 2-го рода n -го порядка $H_n^{(1),(2)}(\alpha r) = J_n(\alpha r) \pm iN_n(\alpha r)$. Решение (9) при $j = N$ удовлетворяет на бесконечности $r \rightarrow \infty$ условию излучения Зоммерфельда (5) и представляется в виде:

$$\varphi_N = \sum_{n=0}^{\infty} C_{nN} H_n^{(1)}(\alpha_N r) \cos(n\theta) e^{-i\omega t}; \quad \psi_N = \sum_{n=0}^{\infty} M_{nN} H_n^{(1)}(\beta_N r) \sin(n\theta) e^{-i\omega t}.$$

Решении задачи (2) при $r \rightarrow 0$ удовлетворяет условие ограничения силовых факторов [1] и отсюда следует, что $K'_n = 0 : \varphi_0 = \sum_{n=0}^{\infty} K_{n0} J_n(\alpha_0 r) \cos n\theta e^{-i\omega t}$

Полный потенциал можно определить путем наложения потенциалов падающих и отраженных волн. Таким образом, потенциалы смещений будут

$$\phi_N = \phi_N^{(p)} + \varphi_N, \Psi_N = \psi_N, \phi_j = \varphi_j, \Psi_j = \psi_j, \phi_0 = \varphi_0.$$

Для определения напряженного – деформируемого состояния сначала необходимо выразить падающую волну через волновые функции (13). Используя геометрическое построение на рисунок 1 и переходя от координат $\bar{r}, \bar{\theta}$ к координатам r, θ в области $r \leq r_N$

$$\phi_N^{(p)} = \varphi_0 i\pi \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n E_n J_n(\alpha_N r) H_n^{(1)}(\alpha_N z)] \cos n\theta e^{-i\omega t},$$

где $E_n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n \geq 1 \end{cases}$, J_n -цилиндрическая функция Бесселя первого рода. Перемещение и

напряжения для случая падения на слою волны сжатия ψ получается. Построение формального решения не встречает принципиальных затруднений, но исследование такого решения требует огромного количества вычислений. Задачи сводятся к решению неоднородных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами.

$$[C]\{q\} = \{p\}$$

где $\{q\}$ -вектор столбец, содержащий произвольные постоянные; $\{F\}$ -вектор столбец внешних нагрузок; $[C]$ -квадратная матрица, элементы -которого выражаются через функции Бесселя и Ханкеля. Уравнение (16) решается методом Гаусса с выделением главного элемента. В работе перемещение и напряжения сводится в безразмерных видах

$$u_{rj}^* = \frac{u_{rj}}{i\alpha\varphi_A}; \quad u_{\theta j}^* = \frac{u_{\theta j}}{i\alpha\varphi_A}; \quad \sigma_{rrj}^* = \frac{\sigma_{rrj}}{\sigma_0}; \quad \sigma_{r\theta j}^* = \frac{\sigma_{r\theta j}}{\sigma_0}; \quad \sigma_0 = -\bar{\mu}\beta^2\varphi_A$$

В случае, когда $E_1=E_2=E_N$, $\rho_1=\rho_2=\rho_N$ и $v_1=v_2=v_N$, получаем отверстия ($r=R$), находящиеся в безгранично упругой среде ($a_{\lambda N}(\omega)=0$, $b_{\lambda N}(\omega)=0$). Граница ($r=R$) свободна от напряжений, т.е. жидкость отсутствует. В этом случае окружное напряжение на поверхности полости сводится к следующему:

$$\sigma_{\theta\theta N}(R, \theta, t) = \frac{-4}{\pi} \beta_N^2 \mu_N \phi_0 \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \epsilon_n H_n^{(1)}(\alpha_N Z) \bar{T}_{nN} \cos n\theta e^{-i\omega t}, \quad (15)$$

где

$$\bar{T}_{nN} = T_{nN}(R_N) = [\alpha_N R_N H_{n-1}(\alpha_N R_N) - H_{n-1}(\alpha_N R_N) + Q_{nN}(\beta_N R_N)]^{-1}$$

$$Q_{nN}(\beta_N R_N) = \frac{(n^3 - n + \frac{1}{2} \beta_N^2 R_N^2) \beta_N R_N H_{n-1}(\beta_N R_N) - (n^2 + n - \frac{1}{4} \beta_N^2 R_N^2) \beta_N^2 R_N^2 H_n^{(1)}(\beta_N R_N)}{(n^2 - 1) \beta_N R_N H_{n-1}^{(1)}(\beta_N R_N) - (n^2 - n + \frac{1}{2} \beta_N^2 R_N^2) H_n^{(1)}(\beta_N R_N)}$$

$$k_N^2 = C_{pN}^2 / C_{sN}^2.$$

Если в выражении (14) Z стремится к бесконечности, то можно воспользоваться асимптотическими разложениями функции Ханкеля для больших значений аргумента (α -конечное)

$$\lim_{Z \rightarrow \infty} \sigma_{\theta\theta}^* \Big|_{r=R_N} \approx \frac{4}{\pi} \left[1 - \frac{1}{k_N^2}\right] \sum_{n=0}^{\infty} i^{n+1} E_n T_{nN} \cos n\theta e^{-i\omega t}.$$

Это выражение полностью совпадает с выражениями, полученными для плоской падающей волны. Если волновое число стремится к нулю, тогда предельный процесс описывает статическое решения для длинных волн. Этот предельный процесс позволяет нам

использовать аппроксимирующие выражения для функций Ханкеля при малых значениях аргумента (Z – конечна)

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \sigma_{\theta\theta} \Big|_{r=R_1} \approx 4 \left[1 + \left(\frac{R_N}{Z} \right)^2 + \frac{4}{Z} \cos \theta \right] \sum_{m=2}^{\infty} (-1)^{m-2} \left(-\frac{R_N}{Z} \right)^{m-2} (m-1) \cos m\theta$$

Это решение точно совпадает с решением статической задачи, полученным в работе.

Выводы. 1. Задача дифракции гармонических волн в цилиндрическом теле решается в потенциалах перемещений. Потенциалы перемещений определяются из решений уравнения Гельмгольца. Произвольные постоянные определяются из граничных условий, которые ставятся между телами. В результате поставленная задача сводится к системе неоднородных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами, которые решаются методом Гаусса с выделением главного элемента.

2. Контурные напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ на свободной поверхности цилиндрических тел достигают своего максимального значения в 90° -при воздействии продольных волн, а 45° -поперечных волн. Контурные напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ при воздействии поперечных гармонических волн на 15- 20% больше, чем при воздействии продольных волн.

3. Когда источник гармонических волн находится на расстоянии пяти радиусов ($Z > 5R$) от цилиндрического тела, высокочастотный характер изменения контурных напряжений $\sigma_{\theta\theta}$, воздействующих на внутреннюю свободную поверхность, хорошо аппроксимировать решением для плоской ($Z \rightarrow \infty$) волны. Далее все значения приближаются к одной и той же асимптоте.

Литература

1. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. Киев.: Наукова думка, 1978. 307 с.
2. Сафаров И.И., Умаров А.О. Воздействие продольных и поперечных волн на цилиндрические слои с жидкостью // Вестник пермского университета. Математика. Механика. Информатика 2014 Вып.3(26). с. 69-75
3. Сафаров И.И., Ахмедов М.Ш., Умаров А.О. Динамические напряжения и смещения вблизи цилиндрической подкрепленной полости от плоской гармонической волны // Ежемесячный научный журнал «Prospere» (Новосибирск) 2014, №3 с. 57-61
4. Собиров М.И. Задачи взаимодействия упругих волн с цилиндрическими сооружениями, находящимися в деформируемой среде. // Автореф. дис канд. техн. наук. – Т. 1993. -19с.
5. Стрельчук Н.А., Славин О.К., Шапошников В.Н. Исследование динамического напряженного состояния тоннельных обделок при воздействии взрывных волн. / Известия вузов.: Строительство и архитектура., № 9, 1971. с.129-136.
6. Рашидов Т.Р., Хожиматов Г.Х., Мардонов Б.М. Колебания сооружений взаимодействующих с грунтом.-Ташкент: Фан. 1975. -174с.
7. Рашидов Т.Р., Сагдиев Х. и др. О двух основных методах изучения сеймонапряженного состояния подземных сооружений при действии сейсмических волн.- Ташкент: ДАН. № 6, 1989. с.13-17.
8. Мубораков Я.Н. Сейсmodинамика подземных сооружений типа оболочек.-Ташкент: Фан. 1987. -192с.
9. Рашидов Т.Р. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений.-Ташкент: Фан. 1973.-182с.
10. Рашидов Т.Р., Дорман И.Я., Ишанходжаев А.А. Сейсмостойкость тоннельных конструкций метрополитенов – М.: Транспорт. 1975. -120с.