



Leibniz-Zentrum für  
Agrarlandschaftsforschung  
(ZALF) e.V.



**INTI**  
International  
University & Colleges

**HERIOT  
WATT**  
UNIVERSITY  
UK | DUBAI | MALAYSIA

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI (BUXORO TABIIY  
RESURSLARNI BOSHQARISH INSTITUTI) (O‘ZBEKISTON),**

**BIRLASHGAN MILLATLAR TASHKILOTINING  
“QISHLOQ XO‘JALIGI VA OZIQ OVQAT” TASHKILOTI (FAO),**

**GUMBOLT NOMIDAGI BERLIN UNIVERSITETI (GERMANIYA),**

**PRESOV UNIVERSITETI (SLOVAKIYA),**

**VALENSIYA POLITEXNIKA UNIVERSITETI (ISPANIYA),**

**ZALF AGROTEXNOLOGIYALAR ILMIY TADQIQOT MARKAZI  
(GERMANIYA),**

**INTI XALQARO UNIVERSITETI (MALAYZIYA),**

**HERRIOT WATT UNIVERSITETI (MALAYZIYA)**

**“YASHIL ENERGETIKA VA UNING QISHLOQ VA SUV XO‘JALIGIDAGI  
O‘RNI” MAVZUSIDAGI XALQARO ILMIY VA ILMIY-TEXNIKAVIY  
ANJUMANI**

**MATERIALLAR TO‘PLAMI**

**29-30-aprel, 2025-yil**

ISSN: 978-9910-10-082-6  
UO·K 556.182:551.5(08)  
BBK 26.222+26.236  
«DURDONA» Nashriyoti

“Yashil energetika va uning qishloq va suv xo‘jaligidagi o‘rni” mavzusidagi xalqaro ilmiy va ilmiy-texnikaviy anjumani materiallar to‘plami (2025-yil 29-30-aprel) -B.: Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti), 2025.

<b>TAHRIR HAY‘ATI RAISI:</b>
<b>Imomov Shavkat Jaxonovich</b> –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti rektori, texnika fanlari doktori, professor.
<b>BOSH MUHARRIR:</b>
<b>Jo‘rayev Fazliddin O‘rinovich</b> –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti ilmiy ishlar va innovatsiyalar bo‘yicha prorektori, texnika fanlari doktori, professor.
<b>MUHARRIR:</b>
<b>Axmedov Sharifboy Ro‘ziyevich</b> –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti “GTI va NS” kafedrasini mudiri, texnika fanlari nomzodi, professor v.b.
<b>TAHRIRIYAT HAY‘ATI A‘ZOLARI:</b>
<b>Ibragimov Ilhom Ahrorovich</b> -texnika fanlari doktori, dotsent
<b>Jo‘rayev Umid Anvarovich</b> -qishloq xo‘jaligi fanlari doktori, professor.
<b>Rajabov Yarash Jabborovich</b> -texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.
<b>Laamarti Yuliya Aleksandrovna</b> - sotsiologiya fanlari nomzodi, dotsent
<b>Marasulov Abdirahim Mustafoevich</b> - texnika fanlari doktori, professor.
<b>Teshayev Muxsin Xudoyberdiyevich</b> -fizika-matematika fanlari doktori, professor
<b>Boltayev Zafar Ixtiyorovich</b> - fizika-matematika fanlari doktori, professor
<b>To‘xtayeva Habiba Toshevna</b> -geografiya fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), v.b., professor.
<b>Safarov Tolib Tojiyevich</b> -tarix fanlari nomzodi, dotsent.
<b>Boltayev San‘at Axmedovich</b> -texnika fanlari nomzodi, dotsent.
<b>Jamolov Farxod Norkulovich</b> - texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.
<b>Barnayeva Muniraxon Abduraufovna</b> - texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.

---

To‘plamga kiritilgan tezislardagi ma‘lumotlarning haqqoniyligi va iqtiboslarning tog‘riligiga mualliflar mas‘uldir.

© Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti).  
© Mualliflar  
Elektron pochta manzili: [buxtimi@mail.ru](mailto:buxtimi@mail.ru)

19. Ильюшин А.А., Победра Б. Е. Основы математической теории термовязкоупругости.- М.: Наука, 1970.-280 с.

20. Mirsaidov, M., Safarov, I., Teshaeв, M. Dynamic instability of vibrations of thin-wall composite curvilinear viscoelastic tubes under the influence of pulse pressure. E3S Web of Conferences, 2020, 164, 14013.

21. Колтунов М. Л. Ползучесть и релаксация.-М.: Высш. шк., 1976.-276 с.

22. Safarov, I., Teshaeв, M., Toshmatov, E., Boltaev, Z., Homidov, F. Torsional vibrations of a cylindrical shell a linear viscoelastic medium. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, 883(1), 012190

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН НА МНОГОСЛОЙНОМ ВЯЗКОУПРУГОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ТЕЛЕ

Сафаров И.И.

Ташкентский химико-технологический институт

E-mail: [safarov54@mail.ru](mailto:safarov54@mail.ru)

Тешаев М.Х.

Бухарский филиал Института математики имени В.И. Романовского Академии наук

Республики Узбекистан

Алмуратов Ш. Н., Ахмедов Ш.Р, Б.Ш.Зарипов

Бухарский государственный технический университет

**Аннотация.** Изучение дисперсия и затухание собственных волн в скважине с заполненной жидкостью является актуальной задачей механики. Вязкоупругие многослойные цилиндры ослабленного механического контакта широко применяются в современной технике. Целью работы является исследования демпфирующих свойств собственных волн в многослойных цилиндрических механической системах ослабленного механического контакта, а также исследования фазовой и групповой скорости структурно-неоднородной механической системы при различных геометрических и физико-механических параметрах элементов механической системы. Для исследования демпфирующих свойств распространения волн на многослойных цилиндрических телах с учетом влияния геометрических и физико-механических параметров цилиндров применяется метод разделения переменных, метод теории потенциальных функций (специальные функции), метод Мюллера, метод Гаусса, метод ортогональной прогонки Годунова, метод разностных схем. Комплексные корни (фазовые скорости) дисперсионного трансцендентного уравнения при заданных волновых числах определяются численно-методом Мюллера. Для структурно- неоднородных механических систем обнаружен механический эффект, обеспечивающий демпфирование волн механической системы в целом.

**Ключевые слова:** собственные волны, коэффициент демпфирования, неоднородная механическая система, ортогональная прогонка, волновое число.

**Введение.** В инженерной геологии и горной механике существует понятие поверхностей ослабленного механического контакта (ОМК), как поверхностей, вдоль которых нарушается жесткая связь между соседними участками среды, что приводит в ряде случаев к возникновению аварийной ситуации при проведении горно – технических работ [1,2]. Поверхностями ОМК могут быть границы смены слоев с различной литологией, тонкие прослойки мягких пород, тектонические разрывы, поверхности смены условий осадконакопления и т.п. Диагностика и локализация поверхностей ОМК акустическими и сейсмическими средствами представляет задачу, которую можно решить только детально разобравшись в природе волнового поля, распространяющегося в длинных цилиндрических слоях, имеющих несовершенный контакт с окружающей средой. В общем случае, степень ослабленности характеризуется эффективным коэффициентом связи  $K_v$  входящим в граничное условие, связывающее тангенциальное напряжение на контакте  $\tau$  со скачком смещений  $\Delta u$  , параллельных границе:  $\tau = K_v \Delta u$  [3,4]. Жесткий контакт получается при

$K_v \rightarrow \infty$ , скользящий контакт при  $K_v \rightarrow 0$ . Таким образом, скользящий контакт является предельным случаем ОМК и можно предположить, что основные особенности поля при  $K_v = 0$  должны иметь много общего с полем, наблюдаемым при большом ослаблении контакта  $K_v \leq 1$ . Изучению особенностей динамики слоистых цилиндрических тел с жестким контактом уделяется большое внимание в работах [5,6]. В этих работах исследованы различные аспекты процессов возбуждения и распространения волн в цилиндрических телах, связанных с различными упругими и акустическими средами. В [7] рассмотрено нестационарное поведение волнового поля, распространяющиеся в цилиндре при воздействии импульсных давлений с учетом ОМК. В работах [8,9] изучены свойства поверхностных волн в упругом цилиндре, контактирующего с безграничной упругой средой. Исследования корней дисперсионного уравнения является необходимым этапом решения целого ряда практически важных задач. Построено дисперсионного уравнения и на основе численного метода Ньютона получены численные результаты для жесткого контактного условия. В частности, исследование асимптотического поведения корней при стремлении волновых параметров к нулю либо бесконечности играет важную роль в анализе распространения нестационарных волн при воздействии ударной нагрузки [10,11]. В настоящей работе рассматривается задача распространения волн в деформируемом слое, находящейся в скользящем контакте с вязкоупругим полупространством.

**Постановка задачи и методы решения.** Рассматривается задача распространения собственных волн (или колебательные процессы) в многослойных цилиндрических телах, находящихся в вязкоупругой (или акустической) среде. Уравнение движение многослойного тела и окружающей ее среды, при отсутствии массовых сил, удовлетворяет интегро-дифференциальным уравнениям:

$$\tilde{\mu}_\kappa \nabla^2 \bar{u} + (\tilde{\lambda}_\kappa + \tilde{\mu}_\kappa) \text{grad div } \bar{u} = \rho_\kappa \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}, \quad (\kappa = 1, 2, 3..N, N+1)$$

Здесь  $\bar{u}$  - вектор перемещений точек среды;  $\rho_\kappa$  - плотность материала  $\kappa$ -го слоя;  $\tilde{\mu}_\kappa$  - коэффициент Пуассона  $\kappa$ -го слоя;  $N$  - число слоев;

$$\tilde{\lambda}_\kappa [f(t)] = \lambda_{0\kappa} \left[ f(t) - \int_0^t R_{\lambda\kappa}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right];$$

$$\tilde{\mu}_\kappa [f(t)] = \mu_{0\kappa} \left[ f(t) - \int_0^t R_{\mu\kappa}(t-\tau) f(\tau) d\tau \right],$$

$f(t)$  - произвольная функция времени;  $R_{\lambda\kappa}(t-\tau)$  и  $R_{\mu\kappa}(t-\tau)$  - ядра релаксации,  $\lambda_{0\kappa}$ ,  $\mu_{0\kappa}$  - мгновенные модули упругости.

Принимаем интегральные члены в (2) малыми. Далее применяя процедуру замораживания, заменим соотношения (2) приближенными вида

$$\tilde{\lambda}_j [f(t)] = \lambda_{0j} [1 - \Gamma_{\lambda j}^C(\omega_R) - i\Gamma_{\lambda j}^S(\omega_R)] f(t),$$

$$\tilde{\mu}_\kappa [f(t)] = \mu_{0\kappa} [1 - \Gamma_{\mu\kappa}^C(\omega_R) - i\Gamma_{\mu\kappa}^S(\omega_R)] f(t).$$

Здесь

$$\Gamma_{\lambda\kappa}^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda\kappa}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma_{\mu\kappa}^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu\kappa}(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau,$$

$$\Gamma_{\lambda\kappa}^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda\kappa}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau, \quad \Gamma_{\mu\kappa}^S(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\mu\kappa}(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau,$$

соответственно косинус и синус образы Фурье ядра релаксации;  $\omega_R$  - действительная величина. В качестве примера вязкоупругого материала примем трех параметрическое ядро релаксации Колтунова -Ржаницына  $R_\kappa(t) = A_\kappa e^{-\beta_\kappa t} / t^{1-\alpha_\kappa}$ . Между слоями ставится условия жесткого контакта.

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)}; \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{r\theta}^{(2)}; \quad \sigma_{rz}^{(1)} = \sigma_{rz}^{(2)}; \quad u_r^{(1)} = u_r^{(2)}; \quad u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)}; \quad u_z^{(1)} = u_z^{(2)}.$$

или скользящего (ОМК) контакта

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)}; \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{r\theta}^{(2)} = \sigma_{rz}^{(1)} = \sigma_{rz}^{(2)} = 0; u_r^{(1)} = u_r^{(2)}$$

Если на контакте имеется трение, то

$$\sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)}; \sigma_{r\theta}^{(1)} = \sigma_{rz}^{(1)} = k\sigma_{rr}^{(1)}, \sigma_{r\theta}^{(2)} = \sigma_{rz}^{(2)} = k\sigma_{rr}^{(2)}; u_r^{(1)} = u_r^{(2)},$$

где  $k$ -коэффициент трения.

Потенциалы перемещений на бесконечности  $r \rightarrow \infty$  удовлетворяют условию излучения Зоммерфельда:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi_{N+1} = 0, \lim_{r \rightarrow \infty} (\sqrt{r})^k \left( \frac{\partial \varphi_{N+1}}{\partial r} + i\alpha_{N+1} \varphi_{N+1} \right) = 0,$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \psi_{N+1} = 0, \lim_{r \rightarrow \infty} (\sqrt{r})^k \left( \frac{\partial \psi_{N+1}}{\partial r} + i\beta_{N+1} \psi_{N+1} \right) = 0.$$

Уравнение (1) решается в потенциалах перемещений. Тогда для вектора перемещений справедливо разложение Грина -Лемба

$$\vec{u}_\kappa = \text{grad } \phi_\kappa + \text{rot} \vec{\psi}_\kappa, \text{div} \vec{\psi}_\kappa = 0.$$

Здесь  $\phi_\kappa$  – потенциалы продольных волн;  $\vec{\psi}_\kappa$  ( $\psi_{x\kappa}, \psi_{y\kappa}, \psi_{z\kappa}$ ) -потенциал поперечных волн:

$$\nabla^2 \phi_\kappa - \frac{1}{\bar{c}_{p\kappa}^2} \frac{\partial^2 \phi_\kappa}{\partial t^2} = 0;$$

$$\nabla^2 \psi_{z\kappa} - \frac{1}{\bar{c}_{s\kappa}^2} \frac{\partial^2 \psi_{z\kappa}}{\partial t^2} = 0;$$

$$\nabla^2 \psi_{\theta\kappa} - \frac{\psi_{\theta\kappa}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_{r\kappa}}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_{s\kappa}^2} \frac{\partial^2 \psi_{\theta\kappa}}{\partial t^2} = 0;$$

$$\nabla^2 \psi_{r\kappa} - \frac{\psi_{r\kappa}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_{\theta\kappa}}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{c}_{s\kappa}^2} \frac{\partial^2 \psi_{r\kappa}}{\partial t^2} = 0.$$

Здесь  $\bar{c}_{s\kappa}^2 = c_{s\kappa}^2 \Gamma_\kappa^*$ ,  $\bar{c}_{p\kappa}^2 = c_{p\kappa}^2 \Gamma_\kappa^*$ ,  $\Gamma_\kappa^* = 1 - \Gamma_\kappa^C(\omega_R) - i\Gamma_\kappa^S(\omega_R)$ ,  $c_{p\kappa}^2 = (\lambda_\kappa + 2\mu_\kappa) / \rho_\kappa$ ;  $c_{s\kappa}^2 = \mu_\kappa / \rho_\kappa$ .

Геометрия объекта и естественное предположение о характере волнового движения вдоль оси Oz позволяют в значительной мере предугадать форму искомым скалярной и векторной функций. Они должны представить бегущие вдоль оси Oz волны. На основе этого соображения решение волнового уравнения (7) ищется в виде

$$\phi_\kappa(r, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(\alpha_\kappa r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t};$$

$$\psi_{r\kappa}(r, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nr}(\beta_\kappa r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ -\cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t};$$

$$\psi_{\theta\kappa}(r, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{n\theta}(\beta_\kappa r) \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t};$$

$$\psi_{z\kappa}(r, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{nz}(\beta_\kappa r) \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ \cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t};$$

здесь введены и далее использованы безразмерные координаты  $r = r_1 / a_0$ ,  $z = z_1 / a_0$ ;  $n$ -целое число;  $\gamma_p$ -безразмерная постоянная распространения волн. Входящие в (8) неизвестные функции радиальной координаты удовлетворяет следующим обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \phi_k}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_k}{dr} + \left( \alpha_k^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \phi_k &= 0; \\ \frac{d^2 \psi_{zk}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{zk}}{dr} + \left( \beta_k^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \psi_{zk} &= 0; \\ \frac{d^2 \psi_{\theta k}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{\theta k}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left( -n^2 \psi_{\theta k} + 2n \psi_{\theta k} - \psi_{\theta k} \right) \beta^2 \psi_{\theta k} &= 0; \\ \frac{d^2 \psi_{rk}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi_{rk}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left( -n^2 \psi_{rk} + 2n \psi_{\theta k} - \psi_{rk} \right) \beta^2 \psi_{rk} &= 0. \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } \alpha_k^2 = \frac{\bar{\Omega}_k^2}{\gamma_k^2} - \gamma_p^2; \quad \beta_k^2 = \bar{\Omega}_k^2 - \gamma_p^2; \quad \bar{\Omega}_k = \frac{\omega \alpha_k}{\bar{c}_{sk}}; \quad \gamma_k^2 = \frac{2(1 - \nu_k)}{1 - 2\nu_k}.$$

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами (9) выражается через специальные функции Бесселя и Ханкеля [19].

### Методика получения дисперсионного уравнения

Рассмотрим в цилиндрической системе координат  $(r, z, \theta)$  модель механической системы, состоящей из многослойной трубы: 1.  $(r_1 \leq r \leq r_2)$ , 2.  $(r_2 \leq r \leq r_3)$ , ...,  $n-1$   $(r_{n-2} \leq r \leq r_{n-1})$ ,  $n$   $(r \geq r_n)$ . Будем считать, что пространство внутри трубы  $(r_0 \leq r \leq r_1)$  заполнено жидкостью.

Рассмотрим задачу о собственных колебаниях, возникающих в такой системе. Уравнения движения среды, для продольных и поперечных потенциалов, представляются в виде (7)- (9)

На границах раздела упругой среды с жидкостью выполняются граничные условия непрерывности нормальных составляющих перемещений и напряжений и равенства нулю касательных напряжений.

Решение уравнений (9), удовлетворяющие условию конечности поля на оси  $r=0$  и условиям убывания на бесконечности, можно записать в форме

$$\begin{aligned} \phi_k(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} [F_{kn} J_n(\alpha_k r) + E_{kn} N_n(\alpha_k r)] \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{rk}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} [A_{1kn} J_n(\beta_k r) + A_{2kn} N_n(\beta_k r)] \begin{Bmatrix} \sin n\theta \\ -\cos n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{\theta k}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} [B_{1kn} J_{n-1}(\beta_k r) + B_{2kn} N_{n+1}(\beta_k r)] \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}; \\ \psi_{zk}(r, \theta, z, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} [B_{1kn} J_{n-1}(\beta_k r) - B_{2kn} N_{n+1}(\beta_k r)] \begin{Bmatrix} \cos n\theta \\ -\sin n\theta \end{Bmatrix} e^{\pm i\gamma_p z} e^{-i\omega t}. \end{aligned}$$

Здесь  $J_n$  и  $N_n$  функции Бесселя и Неймана комплексного аргумента  $n$ -го порядка. Вместо функции Бесселя и Неймана в общем случае используется функции Ханкеля первого рода  $n$ -го порядка комплексного аргумента  $H_n^{(1)}$  и  $H_n^{(2)}$ . Тогда обобщенный закон Гука по В. Новацкому принимает вид  $(1 \rightarrow x, 2 \rightarrow y, 3 \rightarrow z)$

$$\begin{aligned} \sigma_{11k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_1^2 \phi_k + \partial_1 \partial_2 \psi_{3k} - \partial_1 \partial_3 \psi_{2k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \phi_k; \\ \sigma_{22k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_2^2 \phi_k + \partial_2 \partial_3 \psi_{1k} - \partial_1 \partial_2 \psi_{3k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \phi_k; \\ \sigma_{33k} &= 2\bar{\mu}_k (\partial_3^2 \phi_k + \partial_1 \partial_3 \psi_{2k} - \partial_2 \partial_3 \psi_{1k}) + \bar{\lambda}_k \Delta \phi_k; \\ \sigma_{12k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_1 \partial_2 \phi_k + \partial_1 \partial_3 \psi_{1k} - \partial_2 \partial_3 \psi_{2k} + \partial_2^2 \psi_{3k} - \partial_1^2 \psi_{3k}); \\ \sigma_{13k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_1 \partial_3 \phi_k + \partial_2 \partial_3 \psi_{3k} - \partial_1 \partial_2 \psi_{1k} + \partial_1^2 \psi_{2k} - \partial_3^2 \psi_{2k}); \\ \sigma_{23k} &= \bar{\mu}_k (2\partial_2 \partial_3 \phi_k + \partial_1 \partial_2 \psi_{2k} - \partial_1 \partial_3 \psi_{3k} + \partial_3^2 \psi_{1k} - \partial_2^2 \psi_{1k}), \end{aligned}$$

где

$$\Delta = \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2, \quad \partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \partial_2 = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \partial_3 = \frac{\partial}{\partial z}.$$

Подстановка выражений (10) в граничные условия (4) с учетом (11) дает систему  $bl$  линейных независимых уравнений с комплексными коэффициентами с  $bl$  неизвестными. Задача распространения собственных волн сводится к проблеме собственных значений с комплексно выходящими параметрами

$$(C(\omega_R, \omega_I, c_{pk}, c_{sk}, \gamma_p, \gamma_k, D) - \omega^2 A)V = 0,$$

где матрица  $A$ , в общем случае, имеет блочно – диагональную структуру. Матрица  $C$  состоит из матриц блочной структуры, элементы которой состоят из комбинации функции Бесселя (или Ханкеля) комплексного аргумента

$$C = \begin{pmatrix} c_{1j} & \dots\dots\dots & c_{1n} \\ \cdot & \dots\dots\dots & \cdot \\ c_{nj} & \dots\dots\dots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

Здесь элементы  $c_{1j}, \dots\dots\dots, c_{nn}$  являются комплексными матрицами с размерностями  $(bk \times bk)$ . Условия существования нетривиального решения приводит к дисперсионному уравнению, которое определяет фазовую скорость нормальных волн как неявную функцию комплексной частоты и фазовой скорости

$$C(\omega_R, \omega_I, c_{pk}, c_{sk}, \gamma_p, \gamma_k, D) - \omega^2 A = 0,$$

где  $k=1,2,\dots,n$ ;  $D$ -геометрические параметры.

Известно, что вычетами в корнях дисперсионного уравнения (12) описывается поле нормальных волн, возникающее в вязкоупругой механической системе имеющий ОМК (одно или несколько). Комплексные корни отвечают затухающим собственным колебаниям. Если рассматривается упругая механическая система, то  $R_{\lambda k} = 0, R_{\mu k} = 0$ , и в волновых процессах распространения волн волны изменяют свою амплитуду только за счет геометрического расхождения и дисперсии, комплексные же корни описывают волны с утечкой, у которых наблюдается дополнительное экспоненциальное затухание с расстоянием вследствие переизлучения энергии из слоя (для тела, не связанной с безграничной средой). По этим причинам изучение поведения корней на комплексной плоскости переменных  $\omega_I$  и  $\omega_R$ , как функций от безразмерного параметра  $\gamma_p r_1$ , представляет важную часть исследования решений.

Корни уравнения (12) можно разделить на два класса. К первому классу отнесем те из них, которые при  $\gamma_p r_1 = 0$  находятся на конечном расстоянии от начала координат. Все остальные корни относятся ко второму классу. В формулах (7) – (8) частота определяется выражением  $\omega = \gamma_p r_1 \text{Im} \omega + \gamma_p r \text{Re} \omega$ , то корни первого класса описывают затухающие колебания, спектр которых начинается с нулевой частоты. Корни же второго класса отвечают колебаниям, начинающимся с граничных частот

$$\omega_n = \lim_{\gamma_p \rightarrow \infty} (\gamma_p \text{Im} \omega \bar{c}_{s1}) \approx n\pi C_{s1} \Gamma_{k\mu}^{\square} r_1^{-1}.$$

Поведение корней при выполнении условий  $\gamma_p r_1 \ll 0$ ,  $\gamma_p r |\omega_I| < 1$  ( $R_{\mu k} = 0$ )

детально изучено в работе [20]. Для конкретного примера рассмотрим распространение и затухание собственных волн в двухслойных цилиндрических телах ( $k=1,2$ ) с жидкостью ( $k=0$ ), находящихся в безграничной среде ( $k=3$ ). Выше приведенная механическая система представляет модель скважины. Комплексная фазовая скорость обозначается через  $c_f$ , и групповая скорость определяется комплексными величинами  $\mathcal{G}_{gr}$ . Реальные части собственных волн выражают групповую скорость, а мнимые части выражают коэффициенты затухания групповых волн. Затухание волн определяется через  $\delta_z$  следующими формулами

$$\delta_z = \frac{2\pi\omega(\text{Im} c_f)}{(\text{Re} c_f)^2}.$$

**Заключения.** В случае скользящего контакта диссипативных механических систем с ОМК существуют интерференционные колебания, дисперсионные свойства которых мало

зависят от упругих параметров среды и определяются конструктивными особенностями конструкции. Фазовые скорости этих волн изменяются от значений скорости волны по цилиндру до значений скорости поперечных волн в металле. Волны имеют относительно большие амплитуды и характеризуются большими затуханиями, поэтому по мере увеличения расстояния между источником и приемником вклад их в общее поле уменьшается.

### *Литература*

1. *Вестяк А., Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В.* Нестационарное взаимодействие деформируемых тел с окружающей средой //Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. Т. IV, № 4.1983. С. 69–148.
2. *Дейвис Р.М.* Волны напряжений в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 104 с.
3. *Сафаров И.И.* Колебания и волны в диссипативно неоднородных средах и конструкциях. Ташкент: Фан, 1992. 250 с.
4. *Колтунов М.А., Майборода В.П., Зубчанинов В.Г.* Прочностные расчеты изделий из полимерных материалов. М.: Машиностроение, 1983. 239 с.
5. *Базаров М.Б. Сафаров И.И., Шокин Ю.М.* Численное моделирование колебаний диссипативно-неоднородных и однородных механических систем. Новосибирск, Сибирское отделение РАН, 1996. 189 с.
6. Уайт Дж.Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986.
17. Biot M.A., Propagation of elastic waves cylindrical bore containing a fluid. // J. Appl. Phys., 1952, V.23, p.997-1005.
8. Ionov A.M., Maximov G.A. Propagation of tube waves generated by an external source layered permeable rocks. // Geophys. J. Int., 1996, V.124, p.888-906.
9. Ионов А.М., Козлов О.В., Максимов Г.А. Алгоритм расчета волн в трубе, генерируемых внешним импульсным источником в скважине в упруго слоистой среде. // Акустический журн., 1995, Т.41, №4, с. 603-612.
10. Ионов А.М., Максимов Г.А. О возбуждении гидроволны в скважине внешним сейсмическим источником. // Акустический журн., 1999, Т.45, №3, с.354-362.
11. Зиатдинов С.Р., Диссертация: «Изучение геофизических свойств околоскважинного пространства и резервуара методом сейсмического зондирования». // Санкт Петербургский государственный университет, СПб: 2007.

## **ВОЛНЫ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОТ ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ ВБЛИЗИ ВЫСТУПА**

*Раҳмонов Баходир Собирович*

*Ургенчский государственный университет, проф. каф. "Строительство", д.т.н. г.Ургенч. Узбекистан*

*[E-mail: Rah-Bahodir@yandex.ru](mailto:Rah-Bahodir@yandex.ru)*

*Жураев Тойир Омонович*

*Бухарский институт управления природными ресурсами НИУ "ТИИИМСХ," кафедра "Общепрофессиональные науки," доктор философии (PhD), доцент, г. Бухара, Республика Узбекистан.*

*[E-mail: juraev1964@mail.ru](mailto:juraev1964@mail.ru)*

*Саискатель Дусткараев Абдунаби Нартайлакович*

*Бухарский институт управления природными ресурсами НИУ "ТИИИМСХ," кафедра "Общепрофессиональные науки," Бухара, Республика Узбекистан.*

**Аннотация.** В работе рассматривается реакция цилиндрического слоя, находящегося в вязкоупругой среде, при воздействии поперечной (продольной) сейсмической волны. Установлено, что максимальное динамическое напряжение 10-15% выше статического, а волновые числа, при которых достигается максимальное значение, лежат в пределах между 0.25- 0,75.

**Ключевые слова:** сферическая оболочка, сферические защитные купола, колебание, кубическое уравнение