



Leibniz-Zentrum für
Agrarlandschaftsforschung
(ZALF) e.V.



INTI
International
University & Colleges

**HERIOT
WATT**
UNIVERSITY
UK | DUBAI | MALAYSIA

**BUXORO DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI (BUXORO TABIIY
RESURSLARNI BOSHQARISH INSTITUTI) (O‘ZBEKISTON),**

**BIRLASHGAN MILLATLAR TASHKILOTINING
“QISHLOQ XO‘JALIGI VA OZIYQ OVQAT” TASHKILOTI (FAO),**

GUMBOLT NOMIDAGI BERLIN UNIVERSITETI (GERMANIYA),

PRESOV UNIVERSITETI (SLOVAKIYA),

VALENSIYA POLITEXNIKA UNIVERSITETI (ISPANIYA),

**ZALF AGROTEXNOLOGIYALAR ILMIY TADQIQOT MARKAZI
(GERMANIYA),**

INTI XALQARO UNIVERSITETI (MALAYZIYA),

HERRIOT WATT UNIVERSITETI (MALAYZIYA)

**“YASHIL ENERGETIKA VA UNING QISHLOQ VA SUV XO‘JALIGIDAGI
O‘RNI” MAVZUSIDAGI XALQARO ILMIY VA ILMIY-TEXNIKAVIY
ANJUMANI**

MATERIALLAR TO‘PLAMI

29-30-aprel, 2025-yil

ISSN: 978-9910-10-082-6
UO·K 556.182:551.5(08)
BBK 26.222+26.236
«DURDONA» Nashriyoti

“Yashil energetika va uning qishloq va suv xo‘jaligidagi o‘rni” mavzusidagi xalqaro ilmiy va ilmiy-texnikaviy anjumani materiallar to‘plami (2025-yil 29-30-aprel) -B.: Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti), 2025.

TAHRIR HAY‘ATI RAISI:
Imomov Shavkat Jaxonovich –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti rektori, texnika fanlari doktori, professor.
BOSH MUHARRIR:
Jo‘rayev Fazliddin O‘rinovich –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti ilmiy ishlar va innovatsiyalar bo‘yicha prorektori, texnika fanlari doktori, professor.
MUHARRIR:
Axmedov Sharifboy Ro‘ziyevich –“TIQXMMI” MTU Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti “GTI va NS” kafedrasini mudiri, texnika fanlari nomzodi, professor v.b.
TAHRIRIYAT HAY‘ATI A‘ZOLARI:
Ibragimov Ilhom Ahrorovich -texnika fanlari doktori, dotsent
Jo‘rayev Umid Anvarovich -qishloq xo‘jaligi fanlari doktori, professor.
Rajabov Yarash Jabborovich -texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.
Laamarti Yuliya Aleksandrovna - sotsiologiya fanlari nomzodi, dotsent
Marasulov Abdirahim Mustafoevich - texnika fanlari doktori, professor.
Teshayev Muxsin Xudoyberdiyevich -fizika-matematika fanlari doktori, professor
Boltayev Zafar Ixtiyorovich - fizika-matematika fanlari doktori, professor
To‘xtayeva Habiba Toshevna -geografiya fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), v.b., professor.
Safarov Tolib Tojiyevich -tarix fanlari nomzodi, dotsent.
Boltayev San‘at Axmedovich -texnika fanlari nomzodi, dotsent.
Jamolov Farxod Norkulovich - texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.
Barnayeva Muniraxon Abduraufovna - texnika fanlari falsafa doktori, dotsent.

To‘plamga kiritilgan tezislardagi ma‘lumotlarning haqqoniyligi va iqtiboslarning tog‘riligiga mualliflar mas‘uldir.

© Buxoro davlat texnika universiteti (Buxoro tabiiy resurslarni boshqarish instituti).
© Mualliflar
Elektron pochta manzili: buxtimi@mail.ru

ГАШЕНИЕ ВИБРАЦИЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ БАЛКИ С ПРИСОЕДИНЕННЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ

М.Х. Тешаев

*Бухарский филиал Института математики имени В.И. Романовского Академии наук
Республики Узбекистан*

*Ш.З. Аблокулов, Ф.Б. Жалолов, М. Нарзуллоев, Н. Эргашева
Бухарский государственный технический университет*

Аннотация. Рассматриваются колебания балки с присоединенными к ней гасителями колебаний; с использованием метода многих масштабов строится приближенное решение системы уравнений, описывающих колебания балки и присоединенных демпферов, исследовано влияние коэффициента демпфирования на амплитуду колебаний балки.

Введение. Управление колебаниями упругих систем можно разделить на два типа: пассивное управление и активное управление [1-3]. Пассивное управление осуществляется путем выбора параметров системы, чтобы получить требуемые динамические характеристики: демпфирование колебаний, расположение собственных частот в заданном диапазоне, качество переходного процесса, амплитудно-частотные характеристики. Для этих целей также можно подбирать подходящие временные характеристики и пространственное распределение внешних воздействий (нагрузок), если они допускают такие изменения. Для замкнутых систем (конструкция плюс система управления) кроме всего еще могут выбираться места расположения измерительных датчиков и приводов (их можно отнести к параметрам системы). По существу, пассивное управление колебаниями упругих конструкций является предметом их рационального проектирования [4,5].

При активном управлении упругая конструкция с действующими на нее нагрузками, как объект управления (ОУ), объединяется обратными связями с системой автоматического регулирования (автоматом стабилизации (АС)), включающей в свою структуру измерительные, вычислительные, усилительные, корректирующие и исполнительные устройства. В результате управляющие воздействия на ОУ зависят от параметров его движения в точках расположения измерительных датчиков. При этом замкнутая система становится неконсервативной, даже если ОУ является консервативной системой. К числу обобщенных координат, описывающих движение ОУ, добавляются переменные параметры АС. В результате размерность замкнутой системы повышается, иногда значительно [6,7,8].

Динамика упругих систем с активным управлением начала интенсивно развиваться в последние три десятилетия благодаря потребностям авиационной и ракетно-космической техники, а также созданию быстродействующих управляемых манипуляционных роботов с упругими звеньями. В последнее десятилетие такие исследования распространились на гражданские сооружения для активного управления напряженно-деформированным состоянием, колебаниями и устойчивостью конструкций [9,10,11].

В данной статье рассматривается полуактивное гашение колебаний балки. Здесь система регулирования – это динамические гасители колебаний с ненулевыми начальными перемещениями. Предлагаемый способ гашения колебаний полуактивный, так как он требует внешнего ввода начальных перемещений демпферов.

Постановка задачи. Рассмотрим колебания балки с k присоединенными динамическими гасителями колебаний. Пусть m_b – масса балки, m_{vi} – масса i -го гасителя колебаний, c_{vi} – жесткость пружины i -го гасителя колебаний, l – длина балки, b , h – размеры поперечного сечения балки, S – площадь поперечного сечения балки, ρ – плотность балки, J –

момент инерции поперечного сечения балки относительно оси x ($J = \frac{bh^3}{12}$), ξ_i – коэффициент демпфирования i -го гасителя.

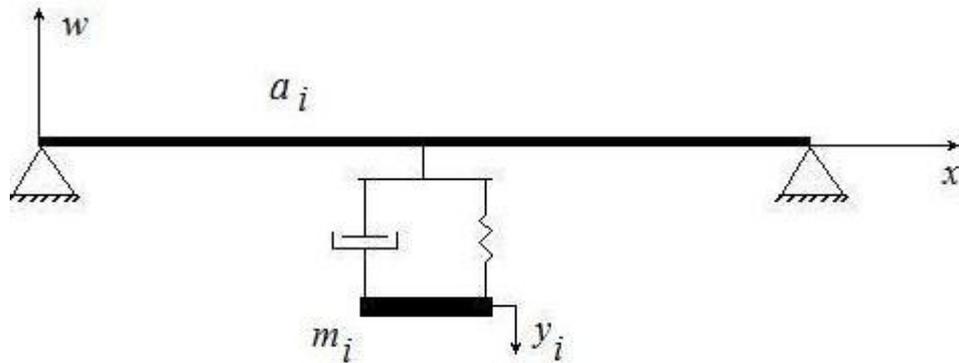


Рис. 1. Система балка-демпферы.

Уравнения колебаний системы балки-гасителя имеют вид [12]:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EJ} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \frac{A}{EJ} \sum_{i=1}^k \left[2\xi_i \sqrt{c_{vi} m_{vi}} \frac{\partial y_i}{\partial t} + c_{vi} y_i \right] H_0(a_i - x) H_0(x - a_i) = 0,$$

$$m_{vi} \left[\frac{\partial^2 y_i}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \Big|_{x=a_i} \right] + c_{vi} y_i + 2\xi_i \sqrt{c_{vi} m_{vi}} \frac{\partial y_i}{\partial t} = 0, \quad i=1, 2 \dots k.$$

Пусть $W = lw$, $x = ls$, $t = t\hat{t}$, $y_i = lz_i$, $t_c = l^2 \left(\frac{\rho S}{EJ} \right)^{1/2}$. Тогда систему (1) можно

переписать в безразмерном виде

$$\frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} - \sum_{i=1}^k \left[c_{si} z_i + c_{di} \xi_i(t) \frac{\partial z_i}{\partial \hat{t}} \right] H_0(a_i - x) H_0(x - a_i) = 0,$$

$$\left[\frac{\partial^2 z_i}{\partial \hat{t}^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} \Big|_{s_i=a_i/l=s_{0i}} \right] + k_{si} z_i + 2k_{di}^{1/2} \xi_i(t) \frac{\partial z_i}{\partial \hat{t}} = 0, \quad i=1, 2 \dots k.$$

Здесь $\frac{Al^4 c_{vi}}{EJ} = c_{si}$, $\frac{2Al^4 \sqrt{c_{vi} m_{vi}}}{EJ t_c} = c_{di}$, $k_{si} = \frac{c_{vi} t_c^2}{m_{vi}} = \frac{c_{vi} \rho S l^4}{m_{vi} EJ}$, $k_{di} = \frac{2c_{vi}^{1/2} l^2 (\rho S)^{1/2}}{m_{vi}^{1/2} (EJ)^{1/2}} = 2k_{si}^{1/2}$.

Введем обозначения $A = \frac{1}{l}$, $\frac{m_{vi}}{m_b} = \mu_i$, $\frac{c_{vi}}{c_b} = c_{si}$, где $c_b = \frac{EJ}{l^3}$ – жесткость балки, $c_{di} = 2\mu_i \hat{c}_{si}^{1/2}$,

$k_{si} = \hat{c}_{si}$. Далее будем считать, что все гасители одинаковой массы, т.е. $\frac{m_{vi}}{m_b} = \mu_i = \mu$. С учетом введенных обозначений уравнения (2) имеют вид

$$\frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} - \sum_{i=1}^k \mu \left[\hat{c}_{si} z + 2\hat{c}_{si}^{1/2} \xi_i(t) \frac{\partial z}{\partial \hat{t}} \right] H_0(a_i - x) H_0(x - a_i) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 z_i}{\partial \hat{t}^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} \Big|_{s_i=a_i/l=s_{0i}} + \hat{c}_{si} z_i + 2\hat{c}_{si}^{1/2} \xi_i(t) \frac{\partial z_i}{\partial \hat{t}} = 0, \quad i=1, 2 \dots k.$$

Пусть масса гасителя является малой по сравнению с массой балки, т.е. μ – малый параметр [13]. Далее положим, что $w \ll 1$, $\hat{c}_{si} \ll 1$, $z_i = \mu^{-1/2} u_i$, $u_i \ll 1$, $\xi_i = \mu^{1/2} \tilde{\xi}_i(t\hat{t}) = \mu^{1/2} v_i(\hat{t})$.

Следовательно, систему (3) можно переписать в виде (4)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} - \mu^{1/2} \sum_{i=1}^k \left[\hat{c}_{si} u_i + 2\mu \hat{c}_{si} v_i(\hat{t}) \frac{\partial u_i}{\partial \hat{t}} \right] Q(s_i) = 0, \\ \frac{\partial^2 u_i}{\partial \hat{t}^2} + \hat{c}_{si} u_i + 2\mu^{1/2} \hat{c}_{si}^{1/2} v_i(\hat{t}) \frac{\partial u_i}{\partial \hat{t}} + \mu^{1/2} \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} \Big|_{s_i=s_{0i}} = 0, \end{aligned} \quad i=1, 2 \dots k.$$

В системе (4) $Q(s_i) = H_0[l(s_{0i} - s)]H_0[l(s - s_{0i})]$. Разложим функцию $Q(s_i)$ в ряд Фурье

$$Q(s_i) = \sum_{n=1}^{\infty} q_{0i} \sin(\pi n s),$$

где $q_{0i} = 2 \sin(\pi n s_{0i})$.

Тогда система (4) имеет вид (6):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} - \mu^{1/2} \sum_{i=1}^k \sum_{n=1}^{\infty} \left[\hat{c}_{si} u_i + 2\mu \hat{c}_{si} v_i(\hat{t}) \frac{\partial u_i}{\partial \hat{t}} \right] q_{0i} \sin(\pi n s) = 0, \\ \frac{\partial^2 u_i}{\partial \hat{t}^2} + \hat{c}_{si} u_i + 2\mu^{1/2} \hat{c}_{si}^{1/2} v_i(\hat{t}) \frac{\partial u_i}{\partial \hat{t}} + \mu^{1/2} \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} \Big|_{s_i=s_{0i}} = 0, \quad i=1, 2 \dots k. \end{aligned}$$

В качестве граничных условий выбираем условия шарнирного опирания балки:
 $w = \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} = 0$ при $s=0, 1$.

Метод решения. Для решения задачи (6) – (6') воспользуемся методом многих масштабов [12]. Решение системы будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} w &= w_0(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \mu^{1/2} w_1(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \mu w_2(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \dots; \\ u_i &= u_{0i}(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \mu^{1/2} u_{1i}(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \mu u_{2i}(s, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \mu) + \dots; \\ &\text{где } \tau_0 = \hat{t}, \quad \tau_1 = \mu^{1/2} \hat{t}, \quad \tau_2 = \mu \hat{t}, \quad v_i(\hat{t}) = f_i(\tau_2). \end{aligned}$$

Будем контролировать n -ую моду колебаний

$$w = \sin(\pi n s) W(\hat{t}), \quad Q(s_i) = q_{0i} \sin(\pi n s).$$

Пусть $\hat{c}_{si} = \omega_n^2 + \mu^{1/2} \delta_{li}$, следовательно,

$$\hat{c}_{si}^{1/2} = \omega_n + \mu^{1/2} \varepsilon_{ni}, \quad \varepsilon_{ni} = \frac{1}{2} \frac{\delta_{li}}{\omega_n}.$$

Подставим (7) в (6) с учетом (8), (9) и, приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях $\mu^{1/2}$, получим последовательность уравнений для определения функций w_m и u_m ($m=0, 1, 2 \dots$).

В нулевом приближении получим систему дифференциальных уравнений:

$$\mu^0: \frac{\partial^4 w_0}{\partial s^4} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial \tau_0^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial \tau_0^2} + \hat{c}_{si} u_{0i} = 0, \quad i=1, 2 \dots k,$$

решение которой запишем в виде (11)

$$w_0 = \sin \pi n s [A(\tau_1, \tau_2) \cos \omega \tau_0 + B(\tau_1, \tau_2) \sin \omega \tau_0], \quad u_{0i} = C_i(\tau_1, \tau_2) \cos \omega \tau_0 + D_i(\tau_1, \tau_2) \sin \omega \tau_0.$$

Здесь $\omega = \pi^2 n^2$. В первом приближении получим следующую систему уравнений:

$$\mu^{1/2}: \frac{\partial^2 w_1}{\partial \tau_0^2} + \omega_n^2 w_1 - \Pi_1 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 u_{1i}}{\partial \tau_0^2} + \omega_n^2 u_{1i} - \Pi_{2i} = 0, \quad i=1, 2 \dots k, \text{ где}$$

$$\Pi_1 = \omega^2 \sum_{i=1}^k q_{0i} u_{0i} - 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial \tau_0 \partial \tau_1} = \left(\omega^2 \sum_{i=1}^k q_{0i} C_i - 2\omega \frac{\partial B}{\partial \tau_1} \right) \cos \omega \tau_0 + \left(\omega^2 \sum_{i=1}^k q_{0i} D_i + 2\omega \frac{\partial A}{\partial \tau_1} \right) \sin \omega \tau_0;$$

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= -2f_i\omega \frac{\partial u_{0i}}{\partial \tau_0} - \frac{1}{2}q_{0i} \frac{\partial^2 w_{0i}}{\partial \tau_0^2} - 2 \frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial \tau_0 \partial \tau_1} - \delta_{1i}u_{0i} = \\ &= \left(\frac{1}{2}q_{0i}\omega^2 A - 2f_i\omega^2 D_i - 2\omega \frac{\partial D_i}{\partial \tau_1} - C_i\delta_{1i} \right) \cos \omega\tau_0 + \left(\frac{1}{2}q_{0i}\omega^2 B + 2f_i\omega^2 C_i + 2\omega \frac{\partial C_i}{\partial \tau_1} - D_i\delta_{1i} \right) \sin \omega\tau_0. \end{aligned}$$

Чтобы устранить вековые члены в решении системы (12) необходимо положить:

$$\begin{aligned} \omega \sum_{i=1}^k q_{0i} C_i - 2 \frac{\partial B}{\partial \tau_1} &= 0, & \omega \sum_{i=1}^k q_{0i} D_i + 2 \frac{\partial A}{\partial \tau_1} &= 0, \\ q_{0i}\omega A - 4f_i\omega D_i - 4 \frac{\partial D_i}{\partial \tau_1} - \frac{2}{\omega} C_i \delta_{1i} &= 0, \\ q_{0i}\omega B + 4f_i\omega C_i + 4 \frac{\partial C_i}{\partial \tau_1} - \frac{2}{\omega} D_i \delta_{1i} &= 0, \quad i=1, 2 \dots k. \end{aligned}$$

Данную систему уравнений можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \tau_1} &= \frac{-\omega}{2} \sum_{i=1}^k q_{0i} D_i, \\ \frac{\partial B}{\partial \tau_1} &= \frac{\omega}{2} \sum_{i=1}^k q_{0i} C_i, \\ \frac{\partial D_i}{\partial \tau_1} &= \frac{1}{4} \left(\omega q_{0i} A - \frac{2}{\omega} \delta_{1i} C_i - 4\omega f_i D_i \right), \\ \frac{\partial C_i}{\partial \tau_1} &= \frac{1}{4} \left(-\omega q_{0i} B - 4\omega f_i C_i + \frac{2}{\omega} \delta_{1i} D_i \right), \end{aligned}$$

$i=1, 2 \dots k$. Далее считаем, что все гасители одинаковой жесткости, т.е.

$$f_1 = f_2 = \dots = f_k = f, \quad \delta_{11} = \delta_{12} = \dots = \delta_{1k} = \delta_1.$$

Из системы (13) или (13') получим дифференциальное уравнение для определения функции A :

$$\frac{\partial^4 A}{\partial \tau_1^4} + 2f\omega \frac{\partial^3 A}{\partial \tau_1^3} + \frac{\partial^2 A}{\partial \tau_1^2} \left(\frac{\omega^2 G}{4} + f^2 \omega^2 + \frac{\delta_1^2}{4\omega^2} \right) + \frac{\partial A}{\partial \tau_1} \frac{fG\omega^3}{4} + \frac{\omega^4 G^2}{64} A = 0.$$

$$\text{Здесь } G = \sum_{i=1}^k q_{0i}^2.$$

Составим характеристическое уравнение для уравнения (14):

$$\lambda^4 + 2f\omega\lambda^3 + \lambda^2 \left(\frac{\omega^2 G}{4} + f^2 \omega^2 + \frac{\delta_1^2}{4\omega^2} \right) + \lambda \frac{fG\omega^3}{4} + \frac{G^2 \omega^4}{64} = 0.$$

Так как выполняются условия Гурвица отрицательности вещественных частей корней данного характеристического уравнения, их можно записать в виде [14,15]

$$\lambda_{1,2} = -k_1^2 \pm in_1^2, \quad \lambda_{3,4} = -k_2^2 \pm in_2^2.$$

Следовательно,

$$A(\tau_1, \tau_2) = C_1(\tau_2) e^{-k_1^2 \tau_1} \cos(n_1^2 \tau_1) + C_2(\tau_2) e^{-k_1^2 \tau_1} \sin(n_1^2 \tau_1) + C_3(\tau_2) e^{-k_2^2 \tau_1} \cos(n_2^2 \tau_1) + C_4(\tau_2) e^{-k_2^2 \tau_1} \sin(n_2^2 \tau_1)$$

Функция B определяется из уравнений

$$B = \frac{-1}{G\omega} \left(8f \frac{\partial B}{\partial \tau_1} + \frac{8}{\omega} \frac{\partial^2 B}{\partial \tau_1^2} + \frac{4\delta_1}{\omega^2} \frac{\partial A}{\partial \tau_1} \right), \quad \frac{\partial B}{\partial \tau_1} = \frac{\omega^2}{4\delta_1} \left(G\omega A + \frac{8f}{\omega} \frac{\partial A}{\partial \tau_1} + \frac{8}{\omega} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau_1^2} \right).$$

Исследуем зависимость амплитуды колебаний балки от коэффициента демпфирования гасителей f . Выбираем начальные условия в следующем виде: $w_0 = 0$,

$$\dot{w}_0 = v_0 \sin \pi ns, \quad u_{0i} \neq 0, \quad \dot{u}_{0i} = 0.$$

Следовательно, перемещение балки и i -го

$$w_0 = B(\tau_1, \tau_2) \sin \omega \tau_0,$$

$$u_{0i} = C_i(\tau_1, \tau_2) \cos \omega \tau_0.$$

Чтобы изучить влияние коэффициента f на амплитуду колебаний балки, рассмотрим отношение амплитуды балки в начале и конце m -ого полупериода колебаний, т.е. в моменты времени $\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}$, $\frac{(m+1)\pi\mu^{1/2}}{\omega}$:

$$R = \frac{B\left(\frac{(m+1)\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)}{B\left(\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)}.$$

Введем обозначения $\dot{w}_{0m} = \omega B\Big|_{\tau_0 = \frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}} = \omega B\left(\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)$ - скорость балки, u_{0im} - перемещение i -

го демпфера в момент времени $\tau_0 = \frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}$.

Раскладывая $B\left(\frac{(n+1)\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)$ в ряд Тейлора, получим

$$\begin{aligned} R &= \frac{B\left(\frac{(m+1)\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)}{B\left(\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)} = 1 + \frac{\pi\mu^{1/2}}{\omega} \frac{\partial B\left(\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)}{B\left(\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)} + o(\mu) = \\ &= 1 + \frac{\pi\mu^{1/2}}{2} \frac{\sum_{i=1}^k q_{0i} C_i\left(\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)}{B\left(\frac{m\pi\mu^{1/2}}{\omega}\right)} + o(\mu) = 1 + \frac{\pi\mu^{1/2}}{2} \frac{\sum_i q_{0i} u_{0i}}{\dot{w}_0} + o(\mu). \end{aligned}$$

$$\text{Введем обозначение } r_{m\mu} = \frac{\pi\omega}{2} \frac{\sum_i q_{0i} u_{0im}}{\dot{w}_{0m}}.$$

Тогда $R = 1 + \mu^{1/2} r_{m\mu} + o(\mu)$.

Очевидно, что для затухания колебаний следует потребовать выполнения условия $0 < R < 1$. Из (19) следует, для того чтобы $R < 1$, $r_{m\mu} < 0$, $|r_{m\mu}| \ll 1$ при $\mu \rightarrow 0$. Следовательно,

$\sum_i q_{0i} u_{0i}$ и \dot{w}_0 должны иметь разные знаки, q_{0i} должно быть равно ± 2 (см. формулу (5)).

Численные результаты. В качестве примера рассмотрим балку с тремя присоединенными демпферами. Пусть $n=3$ (третья мода колебаний). Пусть $a_1 = \frac{l}{6}$, $a_2 = \frac{3l}{2}$,

$a_3 = \frac{5l}{6}$, $u_{01} = -u_{02} = u_{03} = 0.0018$, $v_0 = -1$, $\mu = 0.01$, $\delta_1 = 1$, $\omega = 9\pi^2$, $q_{01} = -q_{02} = q_{03} = 2$, $f = 1$.

Корни характеристического уравнения записываются в виде $\lambda_{1,2} = -44.3695 \pm 99.213i$, $\lambda_{3,4} = -44.3669 \pm 99.207i$, функция $B(\tau_1, \tau_2)$, которая характеризует прогиб балки, равна

$$\begin{aligned} B(\tau_1) &= -0.0056e^{-44.3669\tau_1} \cos(99.207\tau_1) - 0.0056e^{-44.3695\tau_1} \cos(99.213\tau_1) - \\ &- 0.0001e^{-44.3669\tau_1} \sin(99.207\tau_1) - 0.0001e^{-44.3695\tau_1} \sin(99.213\tau_1). \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда к середине балки прикреплен один гаситель [16]. Пусть $u_0 = -0.0036$, $\dot{w}_0 = -1$, $\mu = 0.01$, $\delta_1 = 1$, $\omega = 9\pi^2$, $q_0 = -2$, $f = 1$. Корни характеристического уравнения в данном случае записываются в виде $\lambda_{1,2} = -44.371 \pm 44.371i$, $\lambda_{3,4} = -44.365 \pm 44.365i$, функция $B(\tau_1, \tau_2)$ равна

$$B(\tau_1) = -0.0056e^{-44.365\tau_1} \cos(44.365\tau_1) - 0.0056e^{-44.371\tau_1} \cos(44.371\tau_1) - \\ - 0.002e^{-44.365\tau_1} \sin(44.365\tau_1) - 0.002e^{-44.371\tau_1} \sin(44.371\tau_1).$$

При наличии трех гасителей колебания балки затухают быстрее [17-20].

Литература

1. Вибрации в технике: Справочник: В 6 т. – М.: Машиностроение, 1981.-т.6.
2. Найфэ А.Х. Методы возмущений / А.Х. Найфэ. – М.: Мир, 1972. – 446 с
3. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988 – 448 с.
4. Mirsaidov M. M., Safarov I.I., Teshayev M. Kh. Oscillations of multilayer viscoelastic composite toroidal pipes/Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics / Vol. 13 / No. 2, 2019 / pp 105-116/(10.24874/jsscm.2019.13.02.08).
5. Maiboroda, V.P., Troyanovskii, I.E., Safarov, I.I., Vazagashvili, M.G., Katalymova, I.V. Wave attenuation an elastic medium. Journal of Soviet Mathematics, 1992, 60(2), с. 1379-1382
6. Maiboroda, V.P., Safarov, I.I., Troyanovskii, I.E. FREE AND FORCED OSCILLATIONS OF A SYSTEM OF RIGID BODIES ON INHOMOGENEOUS VISCOELASTIC SNUBBERS. Soviet Machine Science (English Translation of Mashinovedenie), 1983, (3), с. 25-31
7. Abe M., Igusa T. Semi-active dynamic vibration absorbers for controlling transient response. // Journal sound and vibration. – 1996. –№198(5)– P. 547-569.
8. Федоров В., Сергеев Н., Кондрашин А. Контроль и испытания в проектировании и производстве радиоэлектронных средств – Техносфера, 2005. – 504с.
9. ГОСТ 30630.1.2-99 Методы испытаний на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Испытания на воздействие вибрации.
10. Каленкович Н.И. Радиоэлектронная аппаратура и основы ее конструкторского проектирования: учебно-методическое пособие для студентов спец. «Моделирование и компьютерное проектирование» и «Проектирование и производство РЭС». – Минск: БГУИР, 2008. – 200 с.
11. Юрков Н. К. Технология радиоэлектронных средств.-Пенза: Изд-во ПензГУ, 2012. – 640 с.
12. Кофанов Ю.Н., Шалумов А.С., Гольдин В.В., Журавский В.Г. Математическое моделирование радиоэлектронных средств при механических воздействиях /-М.: Радио и связь, 2000. – 226 с.
13. Experimental study on instrumented micro piles / М.С. Capatti, S. Carbonari, F. Gara et al. // Environmental, Energy, and Structural Monitoring Systems (EESMS), 2016 IEEE Workshop on. – 2016. –P. 1–6. DOI: 10.1109/EESMS.2016.7504831
14. Adamo, F. Assessment of the Uncertainty Human Exposure to Vibration: An Experimental Study / F. Adamo, F. Attivissimo, A.M.L. Lanzolla // IEEE Sensors Journal. – 2014. – Vol. 14, Iss. 2.- P. 474–481. DOI: 10.1109/JSEN.2013.2284257
15. Palacios-Quiñonero, F. Passive-damping design for vibration control of large structures / F. Palacios-Quiñonero, H.R. Karimi // Control and Automation (ICCA), 2013 10th IEEE International Conference on. – 2013. – P. 33–38. DOI: 10.1109/ICCA.2013.6565018
16. Dynamics characteristic study of the visco-elastic suspension system of construction vehicles / X. Zhang, D. Sun, Y. Song, B. Yan // Technology and Innovation Conference 2009 (ITIC 2009), International. – 2010. – P. 1–4. DOI: 10.1049/cp.2009.1508
17. Sahu S. K., Datta P. K. Dynamic stability of laminated composite curved panels with cutouts // J. Eng. Mech.-2003.-129, No. 11.-P. 1245-1253.
18. Коренев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний: Теория и технические приложения- М.: Наука. 1988. -304с.

19. Ильюшин А.А., Победра Б. Е. Основы математической теории термовязкоупругости.- М.: Наука, 1970.-280 с.

20. Mirsaidov, M., Safarov, I., Teshaeв, M. Dynamic instability of vibrations of thin-wall composite curvilinear viscoelastic tubes under the influence of pulse pressure. E3S Web of Conferences, 2020, 164, 14013.

21. Колтунов М. Л. Ползучесть и релаксация.-М.: Высш. шк., 1976.-276 с.

22. Safarov, I., Teshaeв, M., Toshmatov, E., Boltaev, Z., Homidov, F. Torsional vibrations of a cylindrical shell a linear viscoelastic medium. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, 883(1), 012190

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН НА МНОГОСЛОЙНОМ ВЯЗКОУПРУГОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ТЕЛЕ

Сафаров И.И.

Ташкентский химико-технологический институт

E-mail: safarov54@mail.ru

Тешаев М.Х.

Бухарский филиал Института математики имени В.И. Романовского Академии наук

Республики Узбекистан

Алмуратов Ш. Н., Ахмедов Ш.Р, Б.Ш.Зарипов

Бухарский государственный технический университет

Аннотация. Изучение дисперсия и затухание собственных волн в скважине с заполненной жидкостью является актуальной задачей механики. Вязкоупругие многослойные цилиндры ослабленного механического контакта широко применяются в современной технике. Целью работы является исследования демпфирующих свойств собственных волн в многослойных цилиндрических механической системы ослабленного механического контакта, а также исследования фазовой и групповой скорости структурно-неоднородной механической системы при различных геометрических и физико-механических параметрах элементов механической системы. Для исследования демпфирующих свойств распространения волн на многослойных цилиндрических телах с учетом влияния геометрических и физико-механических параметров цилиндров применяется метод разделения переменных, метод теории потенциальных функций (специальные функции), метод Мюллера, метод Гаусса, метод ортогональной прогонки Годунова, метод разностных схем. Комплексные корни (фазовые скорости) дисперсионного трансцендентного уравнения при заданных волновых числах определяются численно-методом Мюллера. Для структурно- неоднородных механических систем обнаружен механический эффект, обеспечивающий демпфирование волн механической системы в целом.

Ключевые слова: собственные волны, коэффициент демпфирования, неоднородная механическая система, ортогональная прогонка, волновое число.

Введение. В инженерной геологии и горной механике существует понятие поверхностей ослабленного механического контакта (ОМК), как поверхностей, вдоль которых нарушается жесткая связь между соседними участками среды, что приводит в ряде случаев к возникновению аварийной ситуации при проведении горно – технических работ [1,2]. Поверхностями ОМК могут быть границы смены слоев с различной литологией, тонкие прослойки мягких пород, тектонические разрывы, поверхности смены условий осадконакопления и т.п. Диагностика и локализация поверхностей ОМК акустическими и сейсмическими средствами представляет задачу, которую можно решить только детально разобравшись в природе волнового поля, распространяющегося в длинных цилиндрических слоях, имеющих несовершенный контакт с окружающей средой. В общем случае, степень ослабленности характеризуется эффективным коэффициентом связи K_v входящим в граничное условие, связывающее тангенциальное напряжение на контакте τ со скачком смещений Δu , параллельных границе: $\tau = K_v \Delta u$ [3,4]. Жесткий контакт получается при