INNOVATIVE WORLD

ILG‘OR PEDAGOG

RESPUBLIKA ILMIY JURNALI

- EXAST
- NATURAL
- MEDICAL
- TECHNICAL
- ECONOMICS
- PHILOLOGICAL
- PEDAGOGICAL
- MILITARY
- SOCIAL SCIENCES AND HUMANITIES

2025

Google Scholar doi zenodo OpenAIRE

Andijan, Uzbekistan +998945668868 https://innoworld.net

ILG'OR PEDAGOG

RESPUBLIKA ILMIY JURNALI
TO'PLAMI

2- JILD, 1 - SON
2025

www.innoworld.net

O'ZBEKISTON-2025

YUZA TUSHUNCHASINING KIRITILISHI HAQIDA

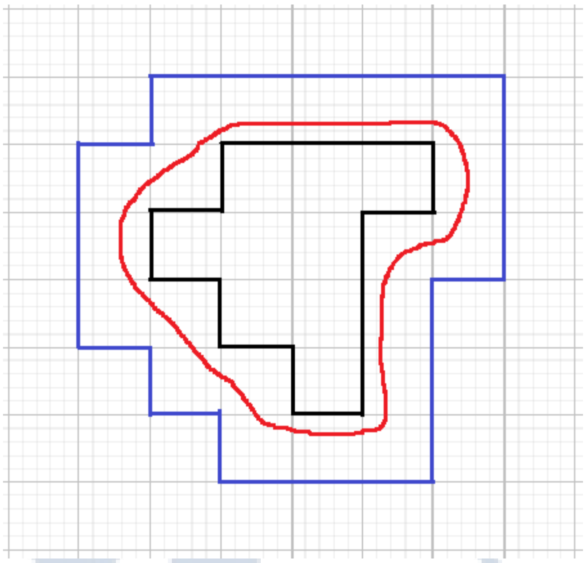
Abjalilov Sanaqul Xo'jamovich
Navoiy davlat universiteti, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent,
Abjalilov Botir Xo'jamovich
Navoiy davlat universiteti akademik litseyi o'qituvchisi,
Arzikulova Marjona Hasan qizi
Navoiy davlat universiteti magistranti

Annotatsiya. Maqolada yuza tushunchasini klassik usullarda kiritish, ya'ni yuza miqdorining kongruent kvadratlarga ajratish, parchalash (bo'laklash) va tugatish (to'ldirish) usulllari haqida so'z yuritilgan. Yuzalarni hisoblash formulalarini keltirb chiqarish bo'yicha tipik misollar keltirilgan.

Kalit so'zlar. Kvadrat birlik, yuzani quyi va yuqori chegaralari, limit, yuza aksiomalari, kvadratlanuvchi va kvadratlanmaydigan figuralar, uchburchak, doira.

Ma'lumki, yuza birligi deb tomoni birga teng kvadrat yuzasi qabul qilingan. Biror F figuraning yuzasi deganda ushbu figurada nechta yuza birligi mavjud ekanligini bildiruvchi $S(F)$ miqdor tushuniladi. Ammo ushbu qabul qilingan tushunchani yuzaning sof matematik ta'rifi deb qabul qila olmaymiz. Chunki ba'zi bir misollar uchun qo'shimcha aniqlik kiritilishi lozim. Masalan, berilgan doirada nechta yuza birligi mavjud ekanligi va uni topish qoidalari kiritilishi lozim.

Yuza tushunchasini kiritishning bir qator usullari mavjud bo'lib, ulardan tekislikni o'zaro kongruent bo'lgan kvadratlarga ajratish usuli haqida fikr yuritamiz. 1-chizmada keltirilgan F figura 9 ta kvadratni o'z ichiga olgan bo'lib, uning o'zi 29 ta kvatratni o'zida jamlagan figura ichiga joylashgan, ya'ni $9 \le S(F) \le 29$. Yanada aniqroq hisobni amalga oshirish uchun kvatratlar tomonini yana 10 ta teng bo'lakka bo'lamiz (bunda har bir kvadratda 100 ta kvadrat hosil bo'ladi). Bu holda F figura 1716 ta kvadratni o'z ichiga oladi va 1925 ta kvadrat tashkil qilgan figura ichiga joylashadi. Demak, $17{,}16 \le S(F) \le 19{,}25$. Shu kabi kvadratlar tomonini yana 10 ta teng qismlarga bo'lib borish bilan $S(F)$ ning qiymatini katta aniqlikda hisoblash mumkin.



1-chizma. Figura yuzasining quyi va yuqori chegaralari

Yuqoridagi jarayon nafaqat yuzani hisoblash, balki yuza tushunchasiga ta'rif berishga ham asos bo'ladi. Tomonlari uzunligi $\frac{1}{10^k}$ birlikka teng kvadratlarni qaraylik. F figuraga a_k ta kvadrat tegishli va shu bilan birga F figura b_k ta kvatratlar tashkil qilgan figura ichiga joylashgan bo'lsin. U holda F figura kami bilan $\frac{a_k}{10^{2k}}$, ko'pi bilan $\frac{b_k}{10^{2k}}$ kvadrat birlik yuzaga ega bo'ladi. Bu yerda k ning qiymatini cheksiz oshirish bilan yuzaning quyi va yuqori chegaralarini ifodalovchi limitlarga ega bo'lamiz

$$\underline{S}(F) = \lim_{k\to\infty} \frac{a_k}{10^{2k}}, \quad \overline{S}(F) = \lim_{k\to\infty} \frac{b_k}{10^{2k}}.$$

Agar yuqoridagi limitlar ustma-ust tushsa, u holda F figura kvadratlanuvchi va $\underline{S}(F) = \overline{S}(F) = S(F)$ qiymat F figuraning yuzi deyiladi.

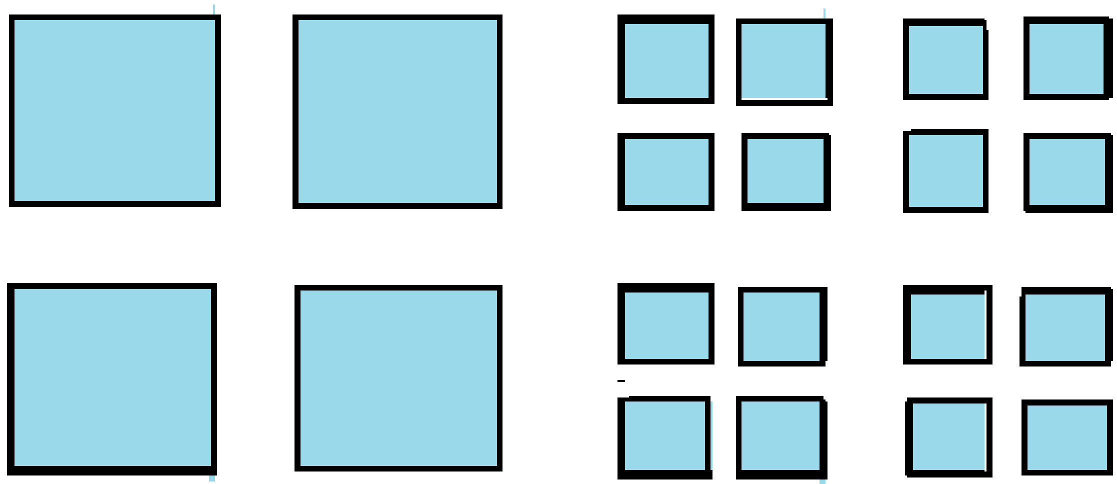
Istalgan figuralarda ham quyi va yuqori yuzalarni ifodalovchi limitlar teng bo'lavermaydi. Bunga misol sifatida V.Boltyanskiy masalasini keltiramiz [1].

Tomoni 1 ga teng kvatrat yuzasidan shu yuzaning ¼ qismidan kichik bo'lgan **+** shaklidagi qismi olib tashlanadi. Hosil bo'lgan to'rtta kvadratdan jami to'rtta **+** shaklidagi va yuzalari yig'indisi 1/8 dan kichik bo'lgan yuza olib tashlanadi va hakazo. Figuradan cheksiz ko'p **+** larni olib tashlashdan qolgan qismini Q bilan belgilaylik. Shunda jami olib tashlangan yuzalar

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ \dots + \frac{1}{2^n} + \cdots < \frac{1}{2}.$$

Q figurani ½ ga teng yuzaga joylashtirib bo'lmaydi, chunki Q figura yuzasi ½ dan katta, ya'ni Q figuraning yuqori chegarasi ½ dan katta bo'ladi. Shu bilan birga Q figura o'ichamlari istalgancha kichik bo'lgan birorta kvadratni o'z ichiga olmaydi. Shuning uchun Q figura yuzasining quyi qiymati nolga teng bo'ladi. Shunday qilib, $\underline{S}(Q) \neq \overline{S}(Q)$ bo'ladi. Demak, Q figura kvadratlanmaydi (2-chizma).

Yuqorida ko'rib o'tilgan V.Boltyanskiy masalasi istalgan figuraning yuzasini topish mumkin bo'lavermasligini ko'rsatadi. Ammo barcha ko'pburchaklar, qavariq figuralar (shu jumladan doira ham) kvadratlanuvchi bo'lib, ushbu sinfga kiruvchi figuralar sinfi ham keng sinfni tashkil qiladi.



2-chizma. Kvadratlanmaydigan figura

S yuza kvadratlanuvchi figuralar uchun son qiymatiga ega bo'luvchi funksiya bo'lib, S(F) qiymat har bir F figura uchun aniq bir qiymatni qabul qiladi.

Kiritilgan yuza tushunchasining 4 ta asosiy xossalarini keltiramiz:

- S funksiya nomanfiy, ya'ni istalgan kvadratlanuvchi F figura uchun $S(F) \geq 0$;
- S funksiya additiv, ya'ni o'zaro ichki umumiy nuqtalarga ega bo'lmagan F_1 va F_2 kvadratlanuvchi figuralar uchun $S(F_1 \cup F_2) = S(F_1) \cup S(F_2)$;
- Harakat natijasida F_1 figura F_2 figuraga o'tsa, u holda $S(F_1) = S(F_2)$;
- Birlik kvadratning yuzasi 1 bo'ladi.

Teorema. Kvadratlanuvchi barcha figuralar uchun yuqoridagi 4 ta xossaga ega S funksiya mavjud va yagona.

Ko'rib o'tilganlardan foydalanib yza tushunchasiga quyidagicha ta'rif berish mumkin.

Ta'rif. Yuza yuqoridagi 4 ta xossa yordamida aniqlanuvchi barcha kvadratlanuvchi figuralar to'plamida aniqlangan sonli funksiyadir.

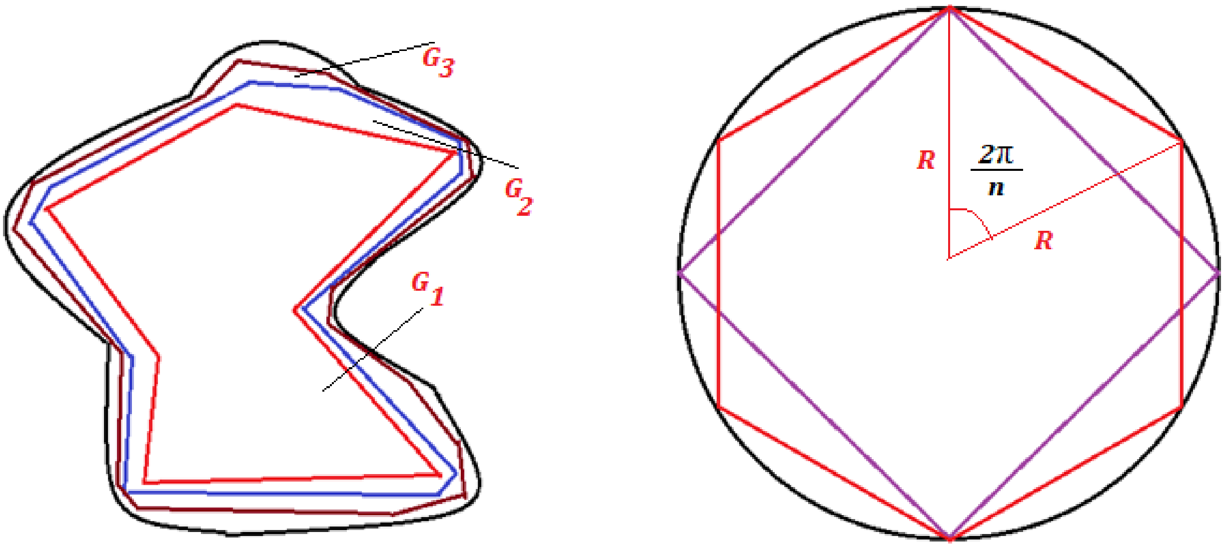
Keltirib o'tilgan 4 ta xossa yuza aksiomalari deb qabul qilinsa yuqoridagi ta'rifni yuzaning aksiomatik kiritilishi deb qabul qilish mumkin. Shunday qilib, yuza aksiomatik kiritiladigan boʻlsa, figurani kvadratchalarga boʻlish ehtiyoji boʻlmaydi.

Yuzani hisoblash masalasi. Ushbu masalani eng sodda va qadimiy usuli *parchalash (boʻlaklash) usuli* bilan tanishamiz. Ikki figura tarkibi bir xil sondagi figuralar qirqimlaridan iborat boʻlsa, u holda ular tenglashtirilgan figuralar deyiladi.

Yuzaning asosiy aksiomalaridan ikkita tenglashtrilgan figuralar tengdosh, ya'ni bir xil yuzaga ega ekanligi kelib chiqadi. Parchalash metodida figura chekli sondagi shunday boʻlaklarga ajratilar ekanki, ushbu boʻlaklardan sodda bir figura yasash mumkin boʻlsin. Masalan, parallelogrammdan boʻyi shu parallelogramm asosiga va eni esa balandligiga teng toʻgʻri toʻrtburchak yasash mumkin. Toʻgʻri toʻrtburchak yuzasi formulasini bilganimiz holda parallelogramm yuzasini hisoblash formulasi kelib chiqadi. Uchburchakning yuzasi shu asosli, yon tomoni uchburchak yon tomonlaridan biri boʻlgan parallelogramm yuzasining yarmi ekanligini koʻrsatish mumkin [2-4].

Uchburchak yuzasini bilgan holda istalgan koʻpburchak yuzasini uchburchaklarga ajratish ularning yuzalarini qoʻshish bilan hisoblash mumkin. Koʻpburchakni qanday uchburchaklarga ajratishdan qat'iy nazar yuza bir xil boʻlishini kuzatamiz (yuzaning mavjudligi va yagonaligi haqidagi teorema oʻrinli boʻladi).

Figurani parchalash usuli qanchalik ishonchli boʻlmasin, uni kvatratlanuvchi istalgan figuraga qoʻllab boʻlavermaydi. Masalan doira uchun ushbu usulni qoʻllay olmaymiz. Ya'ni, doirani chekli sonda qirqib koʻpburchaklar shaklida boʻlaklarga ajratib boʻlmaydi. Shu kabi yuzalarni hisoblashda *tugallash (toʻldirish) usulinini* qoʻllash mumkin. Bu usul ham qadimiy usul boʻlib, uning yaratilishi Arximed ishlariga borib taqaladi. Ushbu usulda kvadratlanuvchi F figura va unda joylashgan kvatratlanuvchi $G_1, G_2, \dots$ figuralar ketma-ketligi asos qilib olinadi. F figurani G_n figuralar bilan toʻldirilmagan qismlari $n \to \infty$ da cheksiz kichiklashadi va izlangan yuza $S(F) = \lim_{n\to\infty} S(G_n)$ kabi qiymatga ega boʻladi. Bu yerda $G_1, G_2, \dots$ figuralar ketma-ket ravishda figurani "toʻldiradi" va uning yuzasini hisoblash imkoniyati paydo boʻladi (3a-chizma).



a) b)

3-chizma. Yuzani hisoblashning to‘ldirish usuli

Doira yuzasini hisoblashda yuqoridagi usulning qo‘llanilishini ko‘rib chiqaylik (3b-chizma). Doiraga ichki chizilgan muntazam ko‘pburchak tomonlari sonini cheksiz oshirib borish bilan uning yuzasini hisoblaymiz. Uchi aylana markazida, yon tomonlari doira radiuslariga teng n ta teng yonli uchburchaklar yuzalari yig‘indisi berilgan doira yuzini ifodalaydi,

$$S(F) = \lim_{n\to\infty} n \cdot \frac{1}{2} R^2 sin\frac{2\pi}{n} = \left|\frac{1}{n} = x\right| = \lim_{x\to 0} \frac{1}{2x} R^2 sin2\pi x =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2\pi R^2}{2} \cdot \frac{sin2\pi x}{2\pi x} = \pi R^2.$$

Biz keltirib o‘tgan yuzani hisoblash usullaridan foydalanib qator kavadratlanuvchi figuralar yuzalarini hisoblash formulalarini keltirib chiqarish mumkin. Shuningdek, ushbu usullar yuza tushunchasini kiritish va asoslashda muhim o‘rin tutadi.

Adabiyotlar

1. Болтянский В. О понятиях площади и объема, Научно-популярный физико-математический журнал "Квант", 1977 год номер 5
2. S.X. Abjalilov, B.X. Abjalilov, I.Berdiyeva Methods of Determining Points with Rational Coordinate to Line, Central Asian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences https://cajmtcs.centralasianstudies.org, (2023)
3. S.X.Abjalilov, B.X.Abjalilov, D.Xo‘jamova, ANALITIK VA YASASH GEOMETRIYASIDA INVERSION ALMASHTIRISHLAR, Eurasian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences, Volume 3 Issue 4, April 2023, 19-23

4. S.X.Abjalilov, N.M.Kamolov, D.S.Xojamova, TEKISLIKDA AKSLANTIRISHLAR VA ALMASHTIRISHLAR, Results of National Scientific Research International Journal 1 (1), 5 MAY 2022, 200-205