



INNOVATIVE
WORLD

ILG'OR PEDAGOG

RESPUBLIKA ILMIY JURNALI



- EXACT
- NATURAL
- MEDICAL
- TECHNICAL
- ECONOMICS

- PHILOLOGICAL
- PEDAGOGICAL
- MILITARY
- SOCIAL SCIENCES
AND HUMANITIES



2025

Google Scholar



zenodo



Andijan, Uzbekistan



+998945668868



<https://innoworld.net>



INNOVATIVE
WORLD

ILG'OR PEDAGOG

RESPUBLIKA ILMIY JURNALI
TO'PLAMI

2- JILD, 1 - SON

2025

Google Scholar



ResearchGate

zenodo



ADVANCED SCIENCE INDEX



OpenAIRE



Academic
Resource
Index
ResearchBib



Directory of Research Journals Indexing

www.innoworld.net

O'ZBEKISTON-2025

FAKTORIALLAR HAQIDA TUSHUNCHA VA ULARNING TURLARI

Musayev Sardor Xabibulla o'g'li
Asadullayeva Mavluda Asadullo qizi
 FAN VA TEXNOLOGIYALAR UNIVERSITETI
 "Aniq fanlar" kafedrası o'qituvchisi
sardormusayev1999@gmail.com
lyudaasadullayeva01@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada faktoriallar va ularning turlari haqida ma'lumotlar keltirilgan. Bu ma'lumotlardan talabalar, shuningdek, abituriyentlar ham foydalanishlari mumkin. Olimpiada masalalarini hal qilish uchun ham bu foydali manba hisoblanadi.

Kalit so'zlar: Faktorial, super faktorial, giperfaktorial, primefaktorial, subfaktorial.

KIRISH

Faktorial so'zi inglizcha "factos" so'zidan olingan bo'lib bo'lib, "ko'paytuvchi" degan ma'noni anglatadi. "Faktorial" atamasini esa dastlab, fanga fransuz matematigi va siyosatchi Antuan Argobast 1800-yilda, undan keyin esa 1 dan boshlab n gacha bo'lgan natural sonlar ko'paytmasini $n!$ ko'rinishida belgilashni 1808- yilda yana fransuz matematiklaridan biri Kristian Kramp taklif qilgan va amalda qo'llagan.

Faktorial asosan matematikaning kombinatorika, ehtimollar nazariyasi, sonlar nazariyasi va funksional analiz bo'limlarida ko'p ishlatiladi.

Ta'rif: 1 dan boshlab n gacha bo'lgan barcha natural sonlarning ko'paytmasiga n factorial deyiladi va $n!$ ko'rinishida belgilanadi.

Demak, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Masalan: $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$.

Har qanday $n!$ uchun quyidagi formula o'rinli.

$$n! = \frac{(n+1)!}{n+1} \quad (1)$$

$$\text{Tekshiramiz: } 4! = \frac{(4+1)!}{4+1} = \frac{5!}{5} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

$$3! = \frac{(3+1)!}{3+1} = \frac{4!}{4} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

$1!$ ham $0!$ ham 1 ga teng. $1! = 1$ ga tengligi hammaga ma'lum. $0! = 1$ ga tengligini isbotlaymiz.

Isbot: $0!$ ni (1) formuladan foydalanib hisoblaymiz.

$$0! = \frac{(0+1)!}{0+1} = \frac{1!}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

Demak, $0! = 1$.

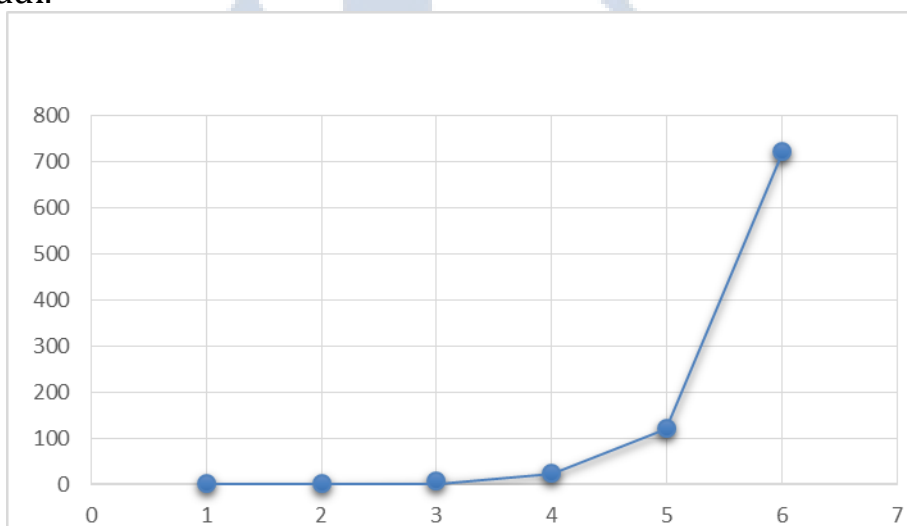
Shuningdek, biz $n!$ ni kombinatorikaning o'rin almashtirishlar soni bilan ham kiritishimiz mumkin bo'ladi, masalan:

Uchta o'quvchi skameykaga necha xil usul bilan o'tirishi mumkin?

Yechish: o'quvchilarni A, B, C deb belgilaylik.
ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Demak, jami 6 xil usulda. Diqqat qiling: $6=3!$

Faktorial juda tez o'suvchi funksiyadir. U har qanday $y = a^x$ yoki $y = x^a$ funksiyalardan tezroq o'sadi. Lekin, $y = x^x$ funksiyasi faktorial funksiyasidan tezroq o'sadi.



Faktorialning rekkurent formulasi.

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ n \cdot (n-1)!, & n > 0 \end{cases}$$

Faktoriallarga oid misollar:

1-misol. $\frac{10!}{9!} - \frac{8!}{7!}$ hisoblang.

2-misol. $\frac{12!+11!}{12!-11!}$ hisoblang.

3-misol. $55!$ soni nechta 0 bilan tugaydi.

4-misol. $0! + 1! + 2! + \dots + 45!$ nechta 0 bilan tugaydi.

5-misol. $24! = 2^x \cdot 3^y \cdot z$ va $x, y, z \in N$ bo'lsa, $(x+y)_{\max}$ ni toping.

6-misol. $100! = 6^x \cdot y$ ($x, y \in N$) bo'lsa, $x_{\max}$ ni toping.

7-misol. $3! \cdot 3 + 4! \cdot 4 + \dots + 32! \cdot 32$ ni hisoblang.

8-misol. $\frac{(n+2)!}{n!+(n+1)!} = 8$ bo'lsa, n ni toping.

9-misol. $62!$ soni 12 ning qanday eng katta darajasiga bo'linadi?

10-misol. $17!$ ni tub ko'paytuvchilarga ajrating.

11-misol. $\frac{20!}{16! \cdot 4!}$ sonini kanonik ko'rinishda yozing.

12-misol. $\frac{200!}{100! \cdot 100!}$ soni 100^{10} ga qoldiqsiz bo'linadimi?

13-misol. $500!$ Soni 22^{50} ga qoldiqsiz bo'linadimi?

14-misol. $\frac{(x+1)! \cdot x!!}{3} = \frac{12}{(x+1)!!}$ bo'lsa, x ni toping.

15-misol. $\frac{(x+1)!}{(x-1)! \cdot x!} = 8$ bo'lsa, x ni toping.

16-misol. $\varphi(\varphi(27)!)$ ni hisoblang. (bu yerda φ Eyler funksiyasi)

17-misol. $\tau(\sigma(12)!)$ ni hisoblang. (bu yerda τ -bo'luvchilar soni, σ -bo'luvchilar yi'gindisi)

18-misol. $\frac{\sigma(15)!}{\tau(\sigma(15))!}$ soni butun son bo'ladimi?

Bu yerda faktorialning boshqa turlarini keltirib o'tamiz:

SUPERFAKTORIAL

Superfaktorial tushunchasini fanga dastlab 1995-yilda Neyl Sloan va Simon Pluffe kiritgan.

n sonining superfaktoriali deb, bu n dan katta bo'lmagan sonlarning faktoriallar ko'paytmasiga aytiladi,

$$SF(n) = \prod_{k=1}^n k!$$

Masalan, $SF(4) = \prod_{k=1}^4 k! = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! = 288$.

GIPERFAKTORIAL

Giperfaktorial tushunchasini fanga dastlab 2000-yili Genri Bottomli kiritgan.

n sonining giperfaktoriali deb, bu n dan katta bo'lmagan sonlarning superfaktoriallari ko'paytmasiga aytiladi va u quydagicha ifodalanadi.

$$GF(n) = \prod_{k=1}^n SF(k)$$

Masalan, $GF(4) = SF(1) \cdot SF(2) \cdot SF(3) \cdot SF(4) = 1 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 288 = 6912$

PRIME FAKTORIAL.

Natural sonning prime(tub) faktoriali 2 xil ko'rinishda beriladi.

1. $P_n \#$ —dastlabki n ta tub sonlarning ko'paytmasi bilan aniqlanadi.

Masalan, $P_3 \# = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$.

2. $\#n$ yoki $n\#$ ko'rinishida berilib, bunda n dan katta bo'lmagan barcha tub sonlar ko'paytmasiga teng bo'ladi.

Masalan, $10\# = \#10 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

IKKILAMCHI FAKTORIAL.

Agar berilgan $n!!$ faktorialda n toq son bo'lsa, $n!!$ n gacha bo'lgan toq sonlar ko'paytmasiga, n juft son bo'lsa, $n!!$ n gacha bo'lgan juft sonlar ko'paytmasiga teng bo'ladi.

$$6!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48, \quad 7!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105, \quad 0!! = 1$$

1-umumiy qoida:

$$n \underbrace{!! \dots!}_{k \text{ ta}} = \begin{cases} n \cdot (n-k) \cdot (n-2k) \cdot \dots \cdot (n \bmod k) \\ n \cdot (n-k) \cdot (n-2k) \cdot \dots \cdot k \end{cases}$$

1-holda: n soni k soniga bo'linmasa

2-holda: n soni k soniga bo'linsa

$$13!!! = 13 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 1 = 3640$$

$$9!!!! = 9 \cdot 5 \cdot 1 = 45$$

2-umumiy holda:

$n \underbrace{!! \dots!}_{k \text{ ta}}$ uchun $k > n$ bo'lsa, $n \underbrace{!! \dots!}_{k \text{ ta}} = n$ bo'ladi.

$$4!!!! = 4 \quad \text{va} \quad 3!!! = 3$$

SUBFAKTORIAL

Subfaktorial quyidagicha belgilanadi: $!n$.

$!n = n! \cdot \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots + \frac{(-1)^n}{n!}\right)$ formula orqali hisoblanadi.

Masalan:

$$!1 = 1! \cdot \left(1 - \frac{1}{1!}\right) = 0$$

$$!2 = 2! \cdot \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!}\right) = 1$$

Qo'shimcha hisoblash formulalari:

$$1. \quad !n = n! \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}$$

$$2. \quad !n = n \cdot !(n-1) + (-1)^n$$

$$3. \quad !n = (n-1)[!(n-1) + !(n-2)]$$

$$4. \quad !n = \left\lceil \frac{n!+1}{e} \right\rceil$$

FAKTORIALNING GAMMA VA PI-FUNKSIYALARI BILAN BO'GLIQLIGI:

$$n! = \Gamma(n+1)$$

$$n! = \Pi(n)$$

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$$

$$\Pi(n) = \int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx$$

LEJANDR FORMULASI:

$$\Gamma(2n) = 2^{2n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma(n) \cdot \Gamma(n + 0,5)$$

$$\text{Misol: } 0,5! = \Gamma(0,5 + 1) = \Gamma(1,5)$$

$$\Gamma(2 \cdot 1,5) = 2^{2 \cdot 1,5 - 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma(1,5) \cdot \Gamma(2)$$

$$\Gamma(3) = 2! = 2$$

$$\Gamma(2) = 1! = 1$$

$$2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \Gamma(1,5) \cdot 1$$

$$\Gamma(1,5) = 0,5! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

STIRLING FORMULASI

Ko'p hollarda faktorialning taqribiy qiymati uchun Stirling formulasining asosiy qismini hisobga olish kifoya:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Stirling formulasi asosan kata natural sonlarning taqribiy qiymatini hisoblash uchun ishlatiladi.

FAKTORIALNING HOSILA ORQALI HISOBLASH:

Manfiy bo'lmagan n butun sonlar uchun:

$$(x^n)^{(n)} = n!$$

$$\text{Masalan: } (x^3)''' = 3(x^2)'' = 6x' = 6 = 3!$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. Musayev, Sardor. "TABIIY USULDA GRADUIRLANGAN FILIFORM LEYBNITS ALGEBRALARINING KVAZI-DIFFERENTIALLASHLARI." *Инновационные исследования в современном мире: теория и практика* 3.7 (2024): 72-76.
2. Musayev, S. (2024). TABIIY USULDA GRADUIRLANGAN FILIFORM LEYBNITS ALGEBRALARINING KVAZI-DIFFERENTIALLASHLARI. *Инновационные исследования в современном мире: теория и практика*, 3(7), 72-76.
3. Musayev, Sardor. "TABIIY USULDA GRADUIRLANGAN FILIFORM LEYBNITS ALGEBRALARINING KVAZI-DIFFERENTIALLASHLARI." *Инновационные исследования в современном мире: теория и практика* 3, no. 7 (2024): 72-76.

4. Musayev, S., 2024. TABIIY USULDA GRADUIRLANGAN FILIFORM LEYBNITS ALGEBRALARINING KVAZI-DIFFERENTIALASHLARI. *Инновационные исследования в современном мире: теория и практика*, 3(7), pp.72-76.
5. Musayev S. TABIIY USULDA GRADUIRLANGAN FILIFORM LEYBNITS ALGEBRALARINING KVAZI-DIFFERENTIALASHLARI. *Инновационные исследования в современном мире: теория и практика*. 2024 Jun 18;3(7):72-6.
6. Musayev, S. . (2024). TABIIY USULDA GRADUIRLANGAN FILIFORM LEYBNITS ALGEBRALARINING KVAZI-DIFFERENTIALASHLARI. *Инновационные исследования в современном мире: теория и практика*, 3(7), 72–76. извлечено от <https://www.in-academy.uz/index.php/zdit/article/view/33949>



INNOVATIVE
WORLD